

Matrica

Uređena n-torka, uređenih m-torki.

(2,3) ovo je uređena dvojka, (2,3) nije isto što i (3,2), dakle bitan je redosled, zato je uređen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Vektor

dimenzije vektora

1 x 4

5 x 1

Skalar

1 x 1, dimenzije skalara

npr. 42

Sabiranje vektora tj matrica

moraju biti istih dimenzija

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+1 \\ 3+3 \\ 4+7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 11 \end{bmatrix}$$

Skalarni prouzvod vektora

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix} = 1 * 4 + 3 * 8 + 7 * 5 = 63$$

Množenje matrica

svaki kolonski vektor prve matrice (prvog činioca) se skalarno pomnoži sa svakim rednim vektorom druge matrice (drugog činioca)

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \times \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 63 & 21 \\ 31 & 10 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

U opštem slučaju matricno množenje nije komutativno, generalno AB nije isto što i BA

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 4 & 14 & 31 \\ 8 & 28 & 62 \\ 5 & 19 & 41 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Evo primera gde komutacijom činioca dobijamo nekomformabilne matrice, matrice koje nije moguće pomnožiti (neodgovarajućih dimenzija).

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \times \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 63 & 21 \end{bmatrix}_{1 \times 2}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \end{bmatrix}_{1 \times 3}$$

Transpozicija

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 3}^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

Simetrične matrice

$$A^t = A$$

$$(A^t)^t = A$$

$$(A+B)^t = A^t + B^t$$

$$(AB)^t = B^t A^t$$

$$(ABC)^t = C^t B^t A^t$$

Matrica identiteta

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AI = IA = A$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$$

Inverz matrice

$AB = BA = I$, tada je B inverz matrice A
obeležava se sa

$$B = A^{-1}$$

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

Determinanta matrice

$|A|$ – determinanta matrice A

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

$$|A| = a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32} - a_{12} a_{21} a_{33} - a_{11} a_{23} a_{32} - a_{13} a_{22} a_{31}$$

$$A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{|A|}$$

singularna matrica nema inverz, a determinanta joj je 0
 regularna matrica ima inverz

Sistem linearnih jednačina

$$x_1 a_{11} + x_2 a_{12} + x_3 a_{13} = b_1$$

$$x_1 a_{21} + x_2 a_{22} + x_3 a_{23} = b_2$$

$$x_1 a_{31} + x_2 a_{32} + x_3 a_{33} = b_3$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$Ax = b$$

$$A^{-1} Ax = A^{-1} b$$

$$A^{-1} Ax = A^{-1} b$$

$$Ix = A^{-1} b$$

Ako je A matrica regularna, i b koeficijenti nisu svi jednaki 0 (nehomogeni sistem jednačina) resenje je:

$$x = A^{-1} b$$

Ortogonalna matrica

$$A A^t = A^t A = I, A^t = A^{-1}$$

Norma vektora, dužina vektora

$$|x| = \sqrt{x^t x}$$

Trag (trace) matrice

$\text{tr}(A)$ – suma elemenata na glavnoj dijagonali

Sumacioni vektor

$$s = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

AS - je vektor u kome se nalaze sume elemenata u svakom redu

Domaći zadatak

Napraviti funkciju `desc` koja za zadati vektor vraća deskriptivne statistike vektora: aritmeticku sredinu, standardnu devijaciju, varijansu i dužinu.