

### Metodologija psiholoških istraživanja

1

obrada faktorijalni 5

B. Faktorijalni nacrti

1. Jednofaktorski nacrti
2. Dvofaktorski nacrti
3. Trofaktorski nacrti

10. decembar 2018

### 3. Trofaktorski nacrti (TFN)

2

#### 3. Trofaktorski nacrti

- faktorijalni nacrti sa tri NV (A, B, C) i jednom ZV (Y)
  - nivoi: svaki faktor može imati dva, tri ili više nivoa
  - tipovi:  $2 \times 2 \times 2$ ,  $2 \times 3 \times 4$ , ...,  $a \times b \times c$
  - balansiranost: u svakoj od  $a \times b \times c$  situacija postoji jednak broj objekata
  - (ne)ponovljenost: setimo se da svaki od 3 faktora može biti ponovljen ili neponovljen, tako da postoje sledeće 4 mogućnosti:
    1. sva tri faktora neponovljena (potpuno neponovljen nacrt)
    2. sva tri faktora neponovljena (potpuno ponovljen nacrt)
    3. dva faktora neponovljena, jedan ponovljen (mešoviti nacrt 1)
    4. dva faktora ponovljena, jedan neponovljen (mešoviti nacrt 2)
  - PRIMER: nacrt tipa  $2 \times 2 \times 2$ , potpuno neponovljen
    - zavisnost matematičke sposobnosti od pušenja, pola i uzrasta
    - faktor A: pušenje (neponovljen faktor), nivoi: pušači, nepušači
    - faktor B: pol (neponovljen faktor), nivoi: muškarci, žene
    - faktor C: uzrast (neponovljen faktor), nivoi: mladi, stari
    - zavisna varijabla: skor (broj rešenih zadataka na testu)

### 3. Trofaktorski nacrti (TFN)

3

#### a. Organizacija podataka

- statistički programi obično 'očekuju':
  - kod neponovljenih faktora:
    - za svaki faktor postoji posebna kolona
  - kod ponovljenih faktora:
    - ima onoliko kolona koliko ima situacija
  - oblici matrica:  $OxV$ ,  $OxN$ , mešoviti
  - PRIMER: opisani nacrt tipa  $2 \times 2 \times 2$

#	POL	PUŠENJE	UZRAST	SKOR
1	1	1	2	6
2	2	2	1	7
3	1	2	2	9
...	...	...	...	...
40	2	1	2	8

forma prikladna za statistički program (učiti: 160 brojki, od kojih se 120 odnosi na NVE) objekti x nivou (OxN)

	mladi				stari			
	pušači		nepušači		pušači		nepušači	
UZRAST:	mušk.	žene	mušk.	žene	mušk.	žene	mušk.	žene
1.	8	7	11	5	7	9	5	1
2.	10	5	9	8	8	5	6	2
3.	8	6	10	9	7	1	5	5
4.	6	6	10	11	7	4	5	3
5.	8	6	10	7	6	6	4	4
M	8	6	10	8	7	5	5	3
SD	1.41	0.71	0.71	2.24	0.71	2.92	0.71	1.58

forma prikladna za uvid istraživača (sadrži i proseke i stand. devijacije)

uočiti: u  $OxN$  raspored nivoa ima oblik stabla trofaktorskog nacrti

uočiti: NVE su date samo sa  $2+4+8=14$  oznaka ostalih 40 oznaka se odnose na ZV

### 3. Trofaktorski nacrti (TFN)

4

#### b. Deskriptivne mere i prikaz rezultata

- mere: proseci, standardne devijacije, broj podataka (retko)
- numerički prikaz: slično kao kod trivarijantnih frekvencijskih nacrti
  - moгуće je prikazati: matrice ABC, AB, AC, BC, A, B, C
  - potrebno je prikazati: samo matricu ABC (razloženo, na pr. na AB/c1 i AB/c2)
    - ona sadrži najdetajnije rezultate
    - iz nje se mogu, po potrebi, rekonstruisati sve ostale matrice
  - PRIMER: matrice proseka u opisanom istraživanju tipa  $2 \times 2 \times 2$

AB/c1	puš.	nep.	POL
muš.	8	10	9
žene	6	8	7
PUŠ.	7	9	8

AB/c1	puš.	nep.	POL
muš.	7	5	6
žene	5	3	4
PUŠ.	6	4	5

AB	puš.	nep.	POL	AC	puš.	nep.	UZR.	BC	mla.	stari	POL
muš.	7.5	7.5	7.5	mladi	7	9	8	muš.	9	6	7.5
žene	5.5	5.5	5.5	stari	6	4	5	žene	7	4	5.5
PUŠ.	6.5	6.5	6.5	PUŠ.	6.5	6.5	6.5	UZR.	8	5	6.5

A	puš.	nep.	B	muš.	žene	C	mla.	stari			
PUŠ.	6.5	6.5	6.5	POL	7.5	5.5	6.5	UZR	8	5	6.5

### 3. Trofaktorski nacrti (TFN)

5

- grafički prikaz: slično kao kod dvofaktorskih nacrti
  - jedna mogućnost: odvojeni grafikoni: odnos dve NV za svaki nivo treće NV
 

Zavisnost skora od pola i pušenja - mladi

Zavisnost skora od pola i pušenja - stari
  - druga mogućnost: zajednički grafikon za sve NV
 

Zavisnost skora od pola i pušenja

### 3. Trofaktorski nacrti (TFN)

6

#### c. Struktura rezultata

- moгуće korelacije među 4 varijable (A, B, C, ZV):
  - korelacije A sa ZV, B sa ZV, i C sa ZV: empirijsko pitanje
  - međusobne korelacije A, B i C: ne postoje, ako je nacrt balansiran
- moгуće interakcije među 3 faktora (A, B, C)
  - dvofaktorske (dvostruke) interakcije: po dva faktora su u interakciji
    - tri dvofaktorske marginalne interakcije, označene sa AB, AC, BC
    - više dvofaktorskih prostih interakcija, označenih sa AB/c1, AB/c2, AC/b1 itd.
  - trofaktorska (trostruka) interakcija: sva tri faktora mogu biti u interakciji
    - oznaka: ABC; u nacrtima  $2 \times 2 \times 2$ : ispitivanje razlike razlika (RRR)
- primeri struktura rezultata u nacrtima tipa  $2 \times 2 \times 2$
- počecemo of dvofaktorskog nacrti tipa  $2 \times 2$ 
  - faktor A: pušenje; faktor B: pol; ZV: matematička sposobnost
  - dva moguća ishoda: 1. ne postoji interakcija A i B; 2. postoji interakcija A i B
- proširicemo dvofaktorski nacrt u trofaktorski tipa  $2 \times 2 \times 2$ , faktorom C: uzrast
- razmotricemo dve grupe primera
  - 1. ne postoji marginalna interakcija AB; 2. postoji marginalna interakcija AB

### 3. Trofaktorski nacrti (TFN) 7

**PRIMERI: prva grupa: ne postoji margin. interakcija AB**

	puš.	nep.	POL.	razl.
muš.	9	7	8	9-7=2
žene	5	3	4	5-3=2
PUS.	7	5	6	RR=0

**mladi: AB/c1**

muš.	9	7	8	9-7=2
žene	5	3	4	5-3=2
PUS.	7	5	6	RR1=0

**stari: AB/c2**

muš.	9	7	8	9-7=2
žene	5	3	4	5-3=2
PUS.	7	5	6	RR2=0

RRR = RR1-RR2 = 0-0 = 0

**2a**

muš.	10	8	9	10-8=2
žene	4	2	3	4-2=2
PUS.	7	5	6	RR1=0

**2b**

muš.	8	6	7	8-6=2
žene	6	3	4	6-3=3
PUS.	7	5	6	RR2=0

RRR = RR1-RR2 = 0-0 = 0

**3a**

muš.	10	6	8	10-6=4
žene	5	3	4	5-3=2
PUS.	7.5	4.5	6	RR1=2

**3b**

muš.	8	8	8	8-8=0
žene	6	5	5	6-5=1
PUS.	6.5	5.5	6	RR2=2

RRR = RR1-RR2 = 2-2 = 0

• ako ne postoji marginalna interakcija, ne moraju ali mogu postojati proste interakcije

### 3. Trofaktorski nacrti (TFN) 8

**PRIMERI: druga grupa: postoji marg. interakcija AB**

	puš.	nep.	POL.	razl.
muš.	9	7	8	9-7=2
žene	3	5	4	3-5=-2
PUS.	6	6	6	RR=4

**4a**

muš.	9	7	8	9-7=2
žene	3	5	4	3-5=-2
PUS.	6	6	6	RR1=4

**4b**

muš.	9	7	8	9-7=2
žene	3	5	4	3-5=-2
PUS.	6	6	6	RR2=4

RRR = RR1-RR2 = 4-4 = 0

**5a**

muš.	10	8	9	10-8=2
žene	4	4	4	4-4=0
PUS.	7	7	7	RR1=4

**5b**

muš.	8	6	7	8-6=2
žene	2	4	3	2-4=-2
PUS.	5	5	5	RR2=4

RRR = RR1-RR2 = 4-4 = 0

**6a**

muš.	8	8	8	8-8=0
žene	4	4	4	4-4=0
PUS.	6	6	6	RR1=0

**6b**

muš.	10	6	8	10-6=4
žene	2	6	4	2-6=-4
PUS.	6	6	6	RR2=8

RRR = RR1-RR2 = 0-8 = -8

• ako postoji marginalna interakcija, mogu ali ne moraju postojati obe proste interakcije

### 3. Trofaktorski nacrti (TFN) 9

- novi pojam: **trofaktorska (trostruka) interakcija** faktora A, B i C
  - setimo se: jedna od definicija **dvostruke** interakcije je da ona postoji ako dejstvo *jednog* faktora na ZV zavisi od drugog faktora
  - analogna definicija: **trostruka** interakcija postoji ako **interakcija** dva faktora zavisi od trećeg faktora
  - ili: **trostruka** interakcija postoji ako su proste interakcije dva faktora na različitim nivoima trećeg faktora različite
- u nacrtima 2x2x2 postoji još jedna formulacija trostruke interakcije:
  - zasniva se na pojmu **razlike trećeg reda** odn. **razlike razlika razlika**
    - to je razlika dveju razlika drugog reda:  $RRR = RR1 - RR2$
    - razlike drugog reda (RR) odnose se na dvostruke interakcije
    - utvrđuje se da li se dvostruke interakcije **razlikuju**
    - trostruka interakcija **postoji** ako je  $RRR \neq 0$ , a **ne postoji** ako je  $RRR=0$
  - prisustvo trostruke interakcije može da oteža interpretaciju rezultata
- PRIMERI:**
  - u primerima 1, 2, 4, i 5:  $RRR=0$ , **ne postoji** trostruka interakcija
  - u primerima 3 i 6:  $RRR \neq 0$ , **postoji** trostruka interakcija

### 3. Trofaktorski nacrti (TFN) 10

#### d. Značajnost rezultata

- važe isti principi kao u JFN i DFN, uz odgovarajuće izmene
- postoje tri vrste testova značajnosti:
  - 1D testovi: odnose se na efekte u glavnim i prostim 1D matricama
    - glavni efekti faktora A, B, C
    - prosti efekti: A/b1, A/b2, ..., A/c1, ..., B/a1, ..., B/c1, ..., C/a1, ..., C/b1, ...
  - 2D testovi: odnose se na interakcije u 2D matricama
    - glavne (marginalne) interakcije: AB, AC, BC
    - proste interakcije: AB/c1, AB/c2, ..., AC/b1, ..., BC/a1, ...
  - 3D testovi: odnosi se na interakciju u 3D matrici ABC
    - trostruka interakcija ABC
- svi testovi prolaze kroz istih 5 faza kao u prethodnim nacrtima
- postupak testiranja ćemo prikazati vrlo sažeto

### 3. Trofaktorski nacrti (TFN) 11

**Faza I: Podaci i deskriptivne mere**

- matrica podataka tipa objekti x nivou

		mladi				stari			
PUŠENJE:	pušači	nepušači	pušači	nepušači	pušači	nepušači	pušači	nepušači	
	mušk.	žene	mušk.	žene	mušk.	žene	mušk.	žene	
1.	8	7	11	5	7	9	5	1	
2.	10	5	9	8	8	5	6	2	
3.	8	6	10	9	7	1	5	5	
4.	6	6	10	11	7	4	5	3	
5.	8	6	10	7	6	6	4	4	
M.	8	6	10	8	7	5	5	3	
SD	1.41	0.71	0.71	2.24	0.71	2.92	0.71	1.58	

- matrica proseka ABC, razložena na AB/c1 i AB/c2:
  - prikazuje proseke za svih abxc situacija u nacrtu
  - u nacrtu tipa 2x2x2, to je 8 situacija

<b>AB/c1 (mladi)</b>	puš.	nep.	POL.
muš.	8	10	9
žene	6	8	7
PUS.	7	9	8

<b>AB/c2 (stari)</b>	puš.	nep.	POL.
muš.	7	5	6
žene	5	3	4
PUS.	6	4	5

### 3. Trofaktorski nacrti (TFN) 12

**Faza II: nulte hipoteze, očekivane vrednosti, devijacije**

- setimo se: u JFN: jedna omn. H0; u DFN: tri omn. H0 (za A, za B, i za AB)
- u TFN: **sedam** glavnih omnibus H0, koje tvrde da u populaciji ne postoje:
  - glavni efekti faktora A, B, C
  - glavne 2D interakcije AB, AC, BC
  - 3D interakcija ABC
- na osnovu nulnih hipoteza se postavljaju očekivane vrednosti i devijacije
  - nećemo razmatrati detalje, već samo jednačine, poredeći JFN i DFN sa TFN

devijacione jednačine	strukturalne jednačine
JFN: $y = e_A + g$	$Y = My + e_A + g$
DFN: $y = e_A + e_B + e_{AB} + g$	$Y = My + e_A + e_B + e_{AB} + g$
TFN: $y = e_A + e_B + e_C + e_{AB} + e_{AC} + e_{BC} + e_{ABC} + g$	$Y = My + e_A + e_B + e_C + e_{AB} + e_{AC} + e_{BC} + e_{ABC} + g$

**Faza III: test statistik**

jednačine zbiru kvadrata	proporcione jednačine
JFN: $SS_{TOT} = SS_A + SS_e$	$r_A^2 + q^2 = 1$
DFN: $SS_{TOT} = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_e$	$r_A^2 + r_B^2 + r_{AB}^2 + q^2 = 1$
TFN: $SS_{TOT} = SS_A + SS_B + SS_C + SS_{AB} + SS_{AC} + SS_{BC} + SS_{ABC} + SS_e$	$r_A^2 + r_B^2 + r_C^2 + r_{AB}^2 + r_{AC}^2 + r_{BC}^2 + r_{ABC}^2 + q^2 = 1$

3. Trofaktorski nacrti (TFN)		13
	<b>stepeni slobode faktora i interakcija</b>	
JFN	$df_A = a - 1$	<ul style="list-style-type: none"> <li>stepeni slobode za greške u potpuno neponovlj. nacrtima:               <ul style="list-style-type: none"> <li>JFN: <math>df_e = a(N-1)</math></li> <li>DFN: <math>df_e = ab(N-1)</math></li> <li>TFN: <math>df_e = abc(N-1)</math></li> </ul> </li> <li>u ostalim nacrtima: modifikovane formule</li> </ul>
DFN	$df_A = a - 1, df_B = b - 1, df_{AB} = (a-1)(b-1)$	
TFN	$df_A = a - 1, df_B = b - 1, df_C = c - 1$ $df_{AB} = (a-1)(b-1), df_{AC} = (a-1)(c-1), df_{BC} = (b-1)(c-1)$ $df_{ABC} = (a-1)(b-1)(c-1)$	
	<b>prosečni (srednji) kvadrati faktora i interakcija</b>	
JFN	$MS_A = SS_A/df_A$	<ul style="list-style-type: none"> <li>srednji kvadrat grešaka u svim potpuno neponovljenim nacrtima: <math>MS_e = SS_e/df_e</math></li> <li>u ostalim nacrtima: modifikovane formule</li> </ul>
DFN	$MS_A = SS_A/df_A, MS_B = SS_B/df_B, MS_{AB} = SS_{AB}/df_{AB}$	
TFN	$MS_A = SS_A/df_A, MS_B = SS_B/df_B, MS_C = SS_C/df_C$ $MS_{AB} = SS_{AB}/df_{AB}, MS_{AC} = SS_{AC}/df_{AC}, MS_{BC} = SS_{BC}/df_{BC}$ $MS_{ABC} = SS_{ABC}/df_{ABC}$	
	<b>F-količnici (potpuno neponovljeni nacrti)</b>	
JFN	$F_A = MS_A/MS_e$	<ul style="list-style-type: none"> <li>F-količnici za nacрте koji nisu potpuno neponovljeni: modifikovane formule</li> </ul>
DFN	$F_A = MS_A/MS_e, F_B = MS_B/MS_e, F_{AB} = MS_{AB}/MS_e$	
TFN	$F_A = MS_A/MS_e, F_B = MS_B/MS_e, F_C = MS_C/MS_e$ $F_{AB} = MS_{AB}/MS_e, F_{AC} = MS_{AC}/MS_e, F_{BC} = MS_{BC}/MS_e$ $F_{ABC} = MS_{ABC}/MS_e$	

3. Trofaktorski nacrti (TFN)		14
	<b>Faza IV: p-vrednosti</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>za svaki F-količnik se uvrđuje odgovarajuća p-vrednost</li> </ul>	
	<b>Faza V: odluka o statističkoj značajnosti</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>H_0</math> se odbacuje ako je <math>p &lt; 0.05</math>, a ne odbacuje se ako je <math>p &gt; 0.05</math></li> </ul>	
	<b>napomena:</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>svih 7 glavnih omnibus testova (A, B, C, AB, AC, BC, ABC) su nezavisni               <ul style="list-style-type: none"> <li>naime: svaki od sedam testova može biti značajan ili neznačajan, bez obzira da li su ostali testovi značajni ili nisu</li> </ul> </li> <li>zaključak: postoji <math>2^7 = 128</math> različitih struktura rezultata!</li> </ul>	
	ceo postupak testiranja se naziva: <b>trofaktorska (trosmerna) analiza varijanse</b>	
	statistički kompjuterski paketi automatski vrše 7 glavnih omnibus F-testova	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>po potrebi se mogu vršiti i dodatni testovi u prostim matricama               <ul style="list-style-type: none"> <li>oni ovde nisu opisani, ali su analogni ranije opisanim testovima</li> </ul> </li> <li>preporučuje se vršenje samo smislenih, predviđenih testova, a ne svih mogućih</li> </ul>	
	analogni principi koriste se u analizama nacрта sa više od tri faktora (4, 5, itd)	