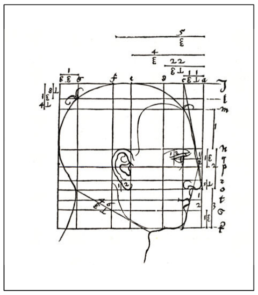
Metodologija psiholoških istraživanja

1

obrada faktorijalni 2



27. novembar 2018.

B. Faktorijalni nacrti
- 1. Jednofaktorski nacrti
  - (a) organizacija podataka
  - (b) deskriptivne statističke mere
  - (c) standardne mere
  - (d) transformacije skupova mera
  - (e) prikaz rezultata
  - (f) struktura rezultata
    - 1. bivalentni nacrti
    - 2. multivalentni nacrti
  - (g) značajnost rezultata
    - 1. bivalentni nacrti
      - (a) neponovljeni nacrti

1. Jednofaktorski nacrti (JFN)

2

d. transformacije skupova mera

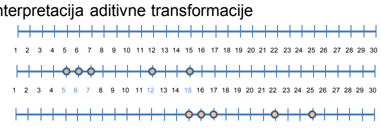
- razmotrili smo dve vrste statističkih operacija:
  - (1) operacije tipa *vektor* ⇒ *skalar*
    - na osnovu *skupa* brojeva (vektor), dobijamo *jedan* broj (skalar), na pr.:
      - na osnovu skupa mera računamo njihov prosek
        individualni skorovi **Y** → prosek $M = \Sigma\mathbf{Y} / N$
      - na osnovu skupa devijacija računamo standardnu devijacije
        devijacioni skorovi **d** → standardna devijacija $SD = \sqrt{\Sigma\mathbf{d}^2 / (N-1)}$
  - (2) operacije tipa *vektor* ⇒ *vektor*
    - na osnovu *početnog skupa* brojeva (i nekih skalara), dobijamo *novi skup* brojeva, na pr.:
      - na osnovu skupa mera računamo skup devijacija
        individualni skorovi **Y** → devijacioni skorovi $\mathbf{d} = \mathbf{Y} - M$
      - na osnovu skupa devijacija računamo skup standardnih mera
        devijacioni skorovi **d** → standardni skorovi $\mathbf{z} = \mathbf{d}/SD$
  - operacije tipa *vektor* ⇒ *vektor* se nazivaju transformacije
  - razmotrićemo tri veoma jednostavne vrste transformacija skupova mera
    - to su *aditivna*, *multiplikativna*, i *linearna* transformacija

1. Jednofaktorski nacrti (JFN)

3

1. aditivna transformacija (AT): $\mathbf{Z} = \mathbf{Y} + A$

- novi skup **Z** nastaje iz početnog (starog) skupa **Y** na sledeći način:
  - svakom broju iz početnog skupa *dodaje* se isti broj (tj., vrši se *adicija*)
  - taj broj se naziva *aditivna konstanta* i označava sa A
- *PRIMER:* **Y** = {5, 6, 7, 12, 15}; A=10; **Z** = {15, 16, 17, 22, 25}
  - dakle: dodavanjem desetke, 5 se transformisalo u 15, 6 u 16, 7 u 17 itd
  - ilustracija: **Y** je sadašnji uzrast petoro dece, **Z** je njihov uzrast kroz 10 god.
- uočiti: A može biti pozitivan broj (A>0), negativan broj (A<0), ili nula (A=0)
  - dakle, AT podrazumeva ne samo sabiranje već i oduzimanje i nemenjanje
    - npr. oduzimanje broja 10 je isto što i sabiranje sa brojem -10
- *geometrijska* interpretacija aditivne transformacije
  - brojna osa
  - skup **Y**
  - skup **Z**



- **Z** nastaje iz **Y** *translacijom* duž brojne ose (pomeranjem kao celine) za dužinu A
  - za A>0: pomeranje udesno, za A<0: pomeranje ulevo, za A=0: ostajanje na mestu

1. Jednofaktorski nacrti (JFN)

4

prosek i varijabilnost starog i novog skupa kod AT

- setimo se: to su statistički ključne osobine svakog skupa mera
- 1. prosek starog skupa (M_Y) i novog skupa (M_Z) kod AT
  - *PRIMER:* za **Y** = {5,6,7,12,15}, $M_Y = 9$, a za **Z** = {15,16,17,22,25}, $M_Z = 19$
    - sadašnji prosečni uzrast dece je 9 godina, a kroz 10 godina biće 19 godina

stari skup

novi skup

prosek je označen zvezdicom

- uočiti: prosek se pomera duž ose za *istu* dužinu A kao ceo skup (tj. za 10)
- dakle, odnos novog i starog proseka je sledeći: $M_Z = M_Y + A$
  - tj, kao i za ceo skup, i za *prosek* važi AT
- uočimo: u oba skupa, **Y** i **Z**, članovi skupa imaju *ista rastojanja* od proseka
- važna posledica: devijacije u starom i novom skupu su jednake!
  - važi formula: $\mathbf{d_Z} = \mathbf{d_Y}$
  - ova činjenica se lako uočava na gornjim prikazima brojne ose
- *PRIMER:* skup devijacija $\mathbf{d_Y} = \mathbf{d_Z}$ = {-4,-3,-2, 3, 6}; na pr. -4 = 5-9 = 15-19

1. Jednofaktorski nacrti (JFN)

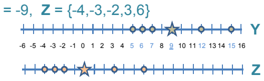
5

- 2. varijabilnost starog skupa i novog skupa kod AT
- setimo se: pomenuli smo pet mera varijabilnosti: R, PAO, V, SS, SD
- važi: varijabilnosti starog i novog skupa su *jednake*, merene *bilo* kojom od tih pet mera
- naime, sve mere (osim raspona) se računaju na osnovu devijacija, a one su *jednake* za Y i Z, pa je očito da je $\mathbf{d_Z} = \mathbf{d_Y}$
  - dakle, važi: $PAO_Z = PAO_Y$, $V_Z = V_Y$, $SS_Z = SS_Y$, $SD_Z = SD_Y$
- za raspon važi $R_Z = Zmax-Zmin = Ymax+A – (Ymin+A) = Ymax-Ymin = R_Y$
  - *PRIMER:* raspon $R_Y = 15-5 = 10$, raspon $R_Z = 25-15 = 10$
- zaključak o odnosu proseka i varijabilnosti starog i novog skupa, posle AT:
- za aditivnu transformaciju $\mathbf{Z} = \mathbf{Y} + A$ važi:
  - AT menja *prosek*
    - novi skup ima prosek Mz po pravilu različit od starog My, za iznos A
    - ako je A>0, Mz>My, ako je A<0, Mz<My, a samo ako je A=0, Mz=My
  - AT ne menja *varijabilnost* (merenu bilo kojom merom)
    - tj. novi skup ima varijabilnost *jednaku* varijabilnosti starog skupa

1. Jednofaktorski nacrti (JFN)

6

- poseban, važan slučaj aditivne transformacije:
  - $A = - M_Y$ (tj. A je *negativni prosek*), dakle: $\mathbf{Z} = \mathbf{Y} + A = \mathbf{Y} - M_Y$
  - algebarski: od svakog elementa oduzima se prosek skupa
  - geometrijski: ceo skup se kao celina pomera *ulevo*, za dužinu svog proseka
  - *PRIMER:* za **Y** = {5,6,7,12,15}, $A = -M_Y = -9$, **Z** = {-4,-3,-2,3,6}
- koliki su prosek i varijabilnost skupa **Z**?



- 1. prosek skupa **Z**: *nula*
  - važi: $M_Z = M_Y + A = M_Y + (- M_Y) = 0$
- za skup čiji je prosek nula kaže se da je *centriran* u nuli
  - dakle: ako želimo da neki skup centriramo u 0, treba da primenimo ovakvu AT
- važno je uočiti: centriranje u nuli je isto što i računanje devijacija!
  - naime: stari skup **Y** je skup mera, a novi skup **Z** je definisan upravo tako kako se definišu devijacije skupa mera, tj. kao $\mathbf{Y} – M_Y$, tako da je u ovom slučaju $\mathbf{Z} = \mathbf{d}$
  - dalje: kako je $M_Z = 0$, to znači da je i $M_d = 0$ (što doduše već znamo, jer je $\Sigma\mathbf{d} = 0$)
- 2. varijabilnost skupa **Z**: kao i kod svake AT, *jednaka* je varijabilnosti skupa **Y**
  - drugim rečima: varijabilnost skupa *mera* i varijabilnost njihovih *devijacija* su iste!
  - može izgledati neobično da se razmatraju prosek i varijabilnost *devijacija*, ali ne bi trebalo da bude, pošto su devijacije *brojevi*, a svaki skup brojeva ima i prosek i varijabilnost

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 7

2. multiplikativna transformacija (MT): **Z** = B***Y**

- novi skup **Z** nastaje iz početnog (starog) skupa **Y** tako što se svaki broj iz starog skupa *množi* se istim brojem (različitim od nule), tj. vrši se *multiplikacija*
  - taj broj se naziva *multiplikativna konstanta*, i označava sa B
- *PRIMER:* **Y** = {5, 6, 7, 12, 15}; B=2; **Z** = {10, 12, 14, 24, 30}
- *PRIMERI:* pretvaranje inča u santimetre (B = 2.43), santimetra u inče (B = 0.41), dinara u evre (B = ???), itd
- B može biti veće od 1 (B>1), manje od 1 (B<1), ili jednako 1 (B=1)
  - dakle, MT podrazumeva ne samo množenje već i deljenje i nemenjanje
  - na pr. deljenje sa 4 je isto što i množenje sa 1/4
- B može biti i negativan broj, ali se često podrazumeva da je pozitivan, tj. B>0
  - mi ćemo podrazumevati da je B pozitivan broj (i to uglavnom različit od jedinice), osim ako se posebno naglasi da nije tako
- MT menja početni skup kao celinu na drugi način nego AT:
  - međusobna rastojanja elemenata ne ostaju ista, kao kod AT, već se *menjaju*
    - za B>1 međusobna rastojanja se *povećavaju*, tako da je, u poređenju sa starim skupom, novi skup geometrijski *razvučen*
    - za B<1 međusobna rastojanja se *smanjuju*, tako da je, u poređenju sa starim skupom, novi skup geometrijski *sabijen*

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 8

prosek i varijabilnost starog i novog skupa kod MT

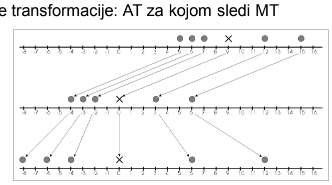
- 1. prosek starog skupa (M_Y) i novog skupa (M_Z) kod MT
  - može se pokazati da važi M_Z = B*M_Y
    - tj., za prosek skupa mera važi MT, isto kao i za sve članove
    - *PRIMER:* za skupove **Y** i **Z** važi: M_Y = 9, B=2, M_Z = 18, dakle: M_Z = 2*M_Y
  - prosek M_Z novog skupa **Z** će od proseka M_Y starog skupa **Y** biti:
    - ili veći (i to B puta), ako je B>1, ili manji (i to B puta), ako je B<1
  - izuzetak: M_Y = 0 (centriranost u nuli); tada će biti M_Z = B*M_Y = B*0 = 0
    - *PRIMER: za* **Y** = {-4,-3,-2,3,6}, M_Y=0, B=2, **Z** = {-8,-6,-4,6,12}, M_Z=0
    - dakle, u ovom slučaju je i novi skup centriran u nuli, a pritom:
      - pozitivni članovi starog skupa (3, 6) ostaju pozitivni u novom (6, 12)
      - negativni u starom (-4,-3,-2) ostaju negativni u novom (-8,-6,-4)
    - dakle: skup **Z** je razvučena (i to B puta, tj. dvostruko) verzija skupa **Y**

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 9

- 2. varijabilnost starog skupa i novog skupa kod MT
- važno: može se pokazati da za devijacije važi MT, tj. $\mathbf{d_Z}$ = B*$\mathbf{d_Y}$
  - *PRIMER:* $\mathbf{d_Y}$ = {-4,-3,-2,3,6}, B=2, $\mathbf{d_Z}$=B*$\mathbf{d_Y}$ = {-8,-6,-4,6,12}
  - dakle, za razliku od AT, kod koje devijacije ostaju *iste* posle transformacije, kod MT devijacije novog i starog skupa su *različite*
- kakav je efekt MT na mere varijabilnosti novog skupa, poredivši sa starim?
  - može se pokazati da za tri mere važi: nova mera = B * stara mera:
    - raspon: R_Z = B*R_Y
    - prosečno apsolutno odstupanje: PAO_Z = B*PAO_Y
    - standardna devijacija: SD_Z = B*SD_Y
  - za preostale dve mere važi: nova mera = B^2 * stara mera:
    - varijansa: V_Z = B^2*V_Y (ovo sledi iz činjenice da je V = SD^2)
    - zbir kvadrata: SS_Z = B^2*SS_Y
  - *PRIMERI:* ilustracija samo za dve najvažnije mere varijabilnosti, SD i V
    - važi: SD_Y = 3.874, SD_Z = 7.694, a to je jednako 2*SD_Y
    - važi: V_Y = 14.8, V_Z = 59.2, a to je jednako 2^2 V_Y = 4V_Y
- zaključak: MT menja ne samo prosek (kao AT) već i varijabilnost skupa mera

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 10

- poseban, važan slučaj MT: B = 1/SD_Y (tj. B je *inverzna SD*)
  - tada je: SD_Z = B*SD_Y = (1/SD_Y)*SD_Y = 1
  - dakle, varijabilnost skupa **Z**, izražena preko SD_Z, iznosi 1
- za skup za koji je SD = 1, kaže se da je *normiran jedinicom*
  - dakle: ako želimo da neki skup normiramo jedinicom, treba da primenimo MT kod koje je B = 1/SD_Y
- uočiti: kod skupova normiranih jedinicom, važi i da je varijansa V=1
  - naime V=SD^2, a važi da je 1^2 = 1
- napomena: transformacije se mogu primenjivati *u nizu*
- primer: grafički prikaz *sleda* dve transformacije: AT za kojom sledi MT
  - primer: AT za centriranje u nuli:
    - transformacija {5,6,7,12,15} u {-4,-3,-2,3,6}
    - geometrijski: translacija ulevo
  - primer: MT za B=2:
    - transformacija {-4,-3,-2,3,6} u {-8,-6,-4,6,12}
    - geometrijski: razvlačenje oko 0



1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 11

- 3. linearna transformacija (LT): kombinacija AT i MT: **Z** = B***Y** + A
- novi skup **Z** nastaje iz početnog (starog) skupa **Y** u dva koraka:
  - 1. MT: svaki broj iz početnog skupa množi se istom konstantom B
  - 2. AT: sa dobijenim brojevima se sabere ista konstanta A
- *PRIMER 1:* **Y** = {5,6,7,12,15}, A = 10, B = 2, **Z** = 2**Y**+10 = {20,22,24,34,40}
- *PRIMER 2:* preračunavanje °C u °F je LT sa A=32, B=9/5: °F = (9/5)*°C + 32
  - npr.: za C=0, F=(9/5)*0+32=32; za C=10, F=(9/5)*10+32=50, itd.
- napomena: po definiciji, za konstrukciju LT *prvo* se vrši MT pa *zatim* AT
  - ako se transformacije vrše *obrnutim* redosledom (prvo AT, pa onda MT) dobija se slična jednačina, koja takođe ima oblik linearne transformacije:
  - **Z** = (A+**Y**)*B = B***Y** + A*B (tj., aditivna konstanta ne bi bila A nego A*B)

prosek i varijabilnost starog i novog skupa kod LT

- 1. prosek: M_Z = A + B*M_Y
  - dakle, prosek novog skupa je LT proseka starog skupa
- 2. varijabilnost novog skupa je MT varijabilnosti starog skupa
  - naime, aditivna konstanta A u LT ne menja varijabilnost
  - npr., za dve najvažnije mere: SD_Z = B*SD_Y, V_Z = B^2*V_Y

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 12

- poseban, važan slučaj LT: standardizacija **z** = **d**/SDy
  - uočiti: formula u ovom obliku je MT varijable **d**, tj. glasi **z** = B***d**, gde je B = 1/SDy
  - ako se, zatim, u jednačini za **z**-skor umesto **d** ubaci **Y**-My, dobija se:
  - **z** = **d**/SDy = (**Y**-My)/SDy = **Y**/SDy – My/SDy
  - poslednji izraz se može iskazati i na sledeći način: (1/SDy)***Y** + (-My/SDy)
  - uočiti: ovaj izraz ima oblik LT: B*Y + A, pri čemu je: B = 1/SDy, A = -My/SDy
  - prema tome: standardizacija je linearna transformacija
- *aditivna* komponenta standardizacije pomera distribuciju mera duž brojne ose kao celinu, menjajući njen prosek, tako da je *centrira u nuli* (M_z = 0)
- *multiplikativna* komponenta razvlači ili sabija distribuciju mera oko proseka (nule), menjajući njenu varijabilnost, tako da je *normira jedinicom* (SD_z = 1)
- postoji važna veza LT i normalne distribucije:
  - može se pokazati: ako su stare mere, **Y**, normalno distribuirane, tada će nove mere, **Z**, posle LT biti takođe normalno distribuirane (ali sa drugim M i SD)
  - dakle, LT ne menja *suštinski* oblik distribucije (jer ona *ostaje* normalna posle LT)
  - slično važi i za druge, 'nenormalne' distribucije, tj. da ih LT ne menja suštinski
- uočiti: postoje i *nelinearne* transformacije, koje vrše radikalnije promene

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 13

e. prikaz rezultata

- numerički prikaz: *matrica proseka*
- vrlo slično kao kod UFN, samo što se ne prikazuju *frekvence* različitih kategorija, nego *proseci* ZV za različite nivoe NV
- *PRIMER: bivalentni nacrti*

apstraktni oblik

	a_1	a_2	T
A	M_1	M_2	My

konkretni oblik

	muš.	žene	prosek
VISINA	180	160	170

- ponekad se koriste *matrice proseka i standardnih devijacija*

apstraktni oblik

	a1	a2	
A	M1 (SD1)	M2 (SD2)	My

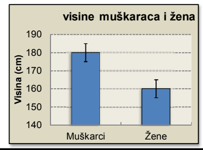
konkretni oblik

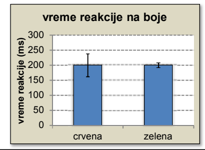
	crvena	zelena	prosek
VREME REAKCIJE	200 (38.1)	200 (7.9)	200

- za nacrte sa više od dva nivoa koriste se matrice sa više od dve ćelije

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 14

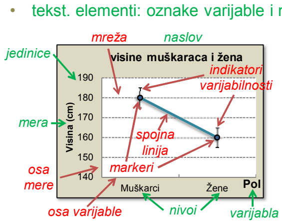
- grafički prikaz: dva osnovna načina
  - *2D štapićasti grafikoni*
  - *2D linijski grafikoni*
- štapićasti grafikoni (engl.: *bar graphs*)
  - isti oblik kao kod univarijatnih frekvencijskih nacrta
  - osa nezavisne varijable (skoro uvek x-osa): nivoi faktora (odn. NV)
  - osa zavisne varijable (skoro uvek y-osa): merne jedinice ZV
  - proseci ZV za nivoe NV: prikazani su visinama štapića (stubića)
  - varijabilnost ZV: prikazana dužinom vertikalnih linija kroz vrhove stubića
    - kao numerički pokazatelji varijabilnosti koriste se izvesne mere varijabilnosti *proseka,* koje nismo obrađivali (standardna greška, interval pouzdanosti)

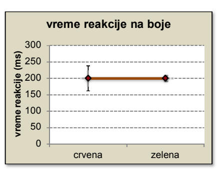




1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 15

- *linijski grafikoni*
  - osa NV (skoro uvek x-osa): nivoi faktora
  - osa ZV (skoro uvek y-osa): merne jedinice ZV
  - proseci ZV: prikazani su *markerima* i spojeni *linijama*
    - markeri su mali krugovi, kvadrati, trouglovi i drugi geometrijski oblici
  - varijabilnost ZV: prikazana dužinom vertikalnih linija kroz markere
  - grafički elementi: dve ose, markeri, spojne linije, pokazatelji varij., mreža
  - tekst. elementi: oznake varijable i nivoa, oznake mere i jedinica, naslov



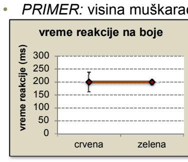


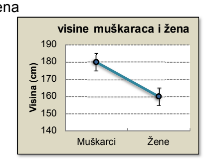
1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 16

f. Struktura rezultata JFN

(1) Bivalentni nacrti (BJFN)

- postoje dva načina razmatranja strukture rezultata u BJFN
- 1. češći način: analiza odnosa proseka ZV na dva nivoa NV
- postoje dve osnovne mogućnosti (slično kao kod UFN):
  - proseci dva nivoa su *jednaki:* nema efekta faktora, ZV ne zavisi od NV
    - *numerički:* M1=M2; *grafički:* linija proseka je vodoravna (idealno)
    - *PRIMER:* brzina reakcije na crvenu i zelenu boju
  - proseci dva nivoa su *različiti:* postoji efekt faktora, ZV zavisi od NV
    - *numerički:* M1≠M2; *grafički:* linija proseka je nagnuta
    - *PRIMER:* visina muškaraca i žena





1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 17

- 2. ređi, ali takođe koristan način: analiza korelacije NV i ZV
- postoje dve mogućnosti: NV i ZV *nisu* korelirane, i NV i ZV *jesu* korelirane
  - *PRIMER:* pol (NV) i visina (ZV) jesu korelirani, budući da su razlike u polu *praćene* razlikama u visini
- postoji specijalni koeficijent korelacije prilagođen za BJFN:
  - *koeficijent point-biserijalne korelacije*
    - 'bi-serijalni': zato što postoje *dve serije* podataka, odn. dva nivoa NV
  - kao i fi-koeficijent, i ovaj koeficijent je vrsta Pirsonovog koef. korelacije
    - primenjuje se kada je jedna varijabla dihotomija (NV) a druga numerička(ZV)
- postoji bliska veza između analize proseka i analize korelacije:
  - kada ne postoji razlika proseka dva nivoa, nema ni korelacije NV i ZV, a kada postoji razlika, postoji i korelacija
- *PRIMERI:*
  - ako se prosečne visine muškaraca i žena *ne* bi razlikovale, tada pol i visina *ne bi bili* korelirani
    - naime, u tom slučaju razlike u polu *ne bi bile* praćene razlikama u visini
  - kako se prosečne visine muš. i žena *razlikuju*, pol i visina su *korelirani*
    - naime, razlike u polu jesu praćene razlikama u visini

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 18

- po prvom načinu razmatranja strukture rezultata, BJFN su slični UFN
  - naime, kao što se u BJFN razmatra postojanje *razlike proseka*, tako se u UFN razmatra postojanje *razlika frekvenci*
- po drugom načinu razmatranja strukture rezultata, BJFN su slični BFN
  - naime, kao što se u BJFN razmatra postojanje korelacije NV i ZV, tako se u BFN razmatra postojanje korelacije dve varijable u nacrtu
  - razlika je samo u tipu varijabli:
    - kod BJFN radi se o korelaciji jedne kategor. var. (NV) i jedne num. var. (ZV)
    - kod BFN radi se o korelaciji dve kategoričke varijable

(2) Multivalentni nacrti (MJFN)

- nacrti sa više od dva nivoa odn. više od dva proseka (M1, M2, M3, ...)
- postoje dve osnovne mogućnosti:
  - 1. svi proseci su jednaki: M1 = M2 = M3 = ...,
    - kaže se da *nema efekta* faktora
    - linije proseka su vodoravne
  - 2. nisu svi proseci jednaki, tj. bar dva su različita
    - kaže se da *ima efekta* faktora
    - linije proseka mogu imati veoma različite *profile* (oblike)

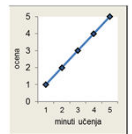
1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 19

- geometrijski oblik profila može zavisiti od vrste NV
  - *NV kvalitativna*: profil nije jedinstven usled proizvoljnog rasporeda nivoa po x-osi
  - *NV numerička:* profil je jedinstven, raspored nivoa je u skladu sa veličinom NV
- *PRIMERI:* dva istraživanja sa 4 nivoa
  - *NV kvalitativna:* zavisnost vremena reakcije od padeža (nom., gen., dat., aku.)
    - promenom rasporeda nivoa duž x-ose menjao bi se oblik profila grafikona
  - *NV numerička:* zavisnost broja zapamćih reči od jačine muzike (0,20,40,60 dB)
    - raspored nivoa duž x-ose ne može se proizvoljno menjati, oblik je potpuno definisan

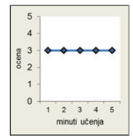
- vrste profila kod istraživanja sa numeričkom NV
  - profil ukazuje kako se ZV menja kada se menjaju vrednosti NV
  - drugim rečima: promena ZV je *u funkciji* NV
    - *funkcija:* matematičko pravilo koje opisuje odnos dve varijable
  - prikazaćemo nekoliko tipova funkcija koje se često sreću u psihološkim istraživanjima, u idealizovanom (pojednostavljenom) obliku

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 20

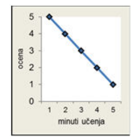
- osnovna podela: *linearne* i *nelinearne* funkcije
  - *linearne funkcije:* mogu se približno prikazati pravom linijom
  - *nelinearne funkcije:* ne mogu se približno prikazati pravom linijom
- linearne funkcije (LF): mogu biti *rastuće*, *ravne*, *opadajuće*
- *PRIMER:* zavisnost ocene (ZV) od vremena uč. (NV: 1 min, 2 min,3 min,4 min, 5 min)
  - uočimo tri moguća ishoda (u idealizovanom, strogo pravolinijskom obliku):
    - 1. prosečna ocena *raste* sa vremenom učenja (na pr. za minut više - ocena više)
    - 2. prosečna ocena je *ista* za bilo koje vreme učenja
      - na pr.: svima ocena 1: test je pretežak; svima ocena 5: test je prelak
    - 3. pros. ocena *opada* sa vremenom učenja (ako je 1 najbolja a 5 najlošija ocena)



rastuća

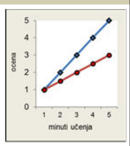


ravna



opadajuća

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 21



- karakteristika (bitna osobina) LF: *brzina rasta*:
  - kojim *brzinom* se menja ZV sa promenom NV?
  - što je brža promena, to je veći *nagib* linije
- *PRIMERI:* dve LF za koje važi:
  - jedna (plava) se menja brže (strmiji nagib)
    - za minut učenja više dobija se, u proseku, *jedna* ocena više
  - druga (crvena) se menja sporije (manje strmi nagib):
    - za minut učenja više dobija se, u proseku, *pola* ocene više
  - bitna osobina linearnih funkcija je da se sa porastom NV, ZV menja *konstantno* (ravnomerno) celim tokom
    - drugim rečima, jednakim promenama NV odgovaraju jednake promene ZV
  - *PRIMER:* funkcija iz gornjeg primera sa sporijim nagibom (crvena linija):
    - za vrednost NV (vreme učenja) od 1 minut, vrednost ZV (prosečna ocena) je 1
    - za vrednost NV od 2 minuta, vrednost ZV je 1.5
      - dakle za rast NV za još 1 minut (od 1 do 2 minuta), ZV je porasla za 0.5
    - za 3 minuta, pros. ocena je 2; dakle opet za rast NV za 1 minut, ZV raste za 0.5
    - za 4 minuta, pros. ocena je 2.5; tj., i opet za rast NV za 1 minut, ZV raste za 0.5; itd.
  - dakle: za svaki minut učenja više (NV), prosečna ocena (ZV) je viša za *isti iznos*
    - taj iznos je 0.5 za crvenu liniju, a 1 za plavu liniju

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 22

- *nelinearne funkcije (NF)*
  - za razliku od linearnih funkcija, koje su uvek *prave* linije (različitih nagiba), nelinearne funkcije se pojavljuju u velikoj raznovrsnosti oblika
    - mi ćemo razmotriti samo mali broj tih oblika, i to one koji se relativno često javljaju u empirijskim istraživanjima
  - ključna razlika između linearnih i nelinearnih funkcija je da se kod nelinearnih funkcija sa porastom NV, ZV *ne menja* ravnomerno
  - naime, jednakim promenama NV *ne* odgovaraju jednake promene ZV
    - npr.: za 1 minut učenja, prosečna ocena je 1
    - za 2 minuta, pros. ocena je 3; dakle za rast NV za 1 minut, ZV raste za 2
    - za 3 minuta, ocena je 4; dakle za rast NV za još 1 minut, ZV raste samo za 1, tj. za drugačiji iznos nego u prethodnom intervalu (u kojem je rasla za 2); itd.
- nelinearne funkcije se dele na *monotone* i *nemonotone*
  - monotone nelinearne funkcije (MNF): stalno rastuće ili stalno opadajuće
    - pritom je rast odn. pad funkcije *neravnomeran*, tj. negde brži a negde sporiji
  - nemonotone nelinearne funkcije (NNF): mogu da menjaju smer promene
    - tj. nekim delovima svoga toka rastu, a drugim delovima opadaju

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 23

osnovni (idealizovani) oblici *monotonih* nelinearnih funkcija (MNF)

rastuće MNF — *opadajuće MNF*

rast prvo brz, pa sve sporiji

negativno ubrzana MNF

rast prvo spor, pa sve brži

pozitivno ubrzana MNF

pad prvo brz, pa sve sporiji

negativno usporena MNF

pad prvo spor, pa sve brži

pozitivno usporena MNF

- u istraživačkoj praksi su uglavnom češće negativne nego pozitivne funkcije
  - one teže da se približe izvesnoj krajnjoj vrednosti (asimptoti), tj. 'plafonu' ili 'podu'
    - karakteristika negativno ubrzanih funkcija: 'plafon' (približna najviša vrednost)
    - karakteristika negativno usporenih funkcije: 'pod' (približna najniža vrednost)
- *PRIMERI:*
  - negativno ubrzana funkcija: porast jačine senzacije sa porastom stimulacije
  - negativno usporena funkc.: opadanje stepena naučenosti sa protokom vremena

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 24

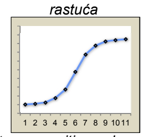
neki *složeniji* oblici monotonih nelinearnih funkcija

- *sigmoidalna funkcija (S-funkcija):*

dve vrste:
rastuća, opadajuća

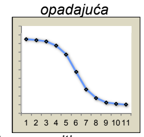
tri dela, bez oštrih granica:
početak pozitivan,
sredina linearna,
kraj negativan

rastuća



rast:prvo pozitivno ubrzan, pa rastuće linearan, pa negativno ubrzan

opadajuća



pad:prvo pozitivno usporen, pa opadajuće linearan, pa negativno usporen

- *PRIMERI: rastuće* S-funkcije:
  - odnos jačine stimulacije (x-osa) i verovatnoće njegog opažanja (y-osa)
  - tokom vremena (x-osa), tok razvoja neke sposobnosti kod dece (hod, govor, …)
- karakteristike sigmoidalnih funkcija:
  - vrednosti 'poda' i 'plafona' (npr. za verovatnoću kao ZV, to su često 0 i 1)
  - brzina rasta odn. pada funkcije u linearnom delu
    - npr., kod dece kod kojih je prohodavanje *brže*, funkcija je *strmija* u srednjem delu

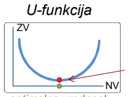
1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 25

nemonotone funkcije

- ključna razlika između monotonih i nemonotonih funkcija:
  - monotone fun.: ne menjaju smer promene, celim tokom ili rastu ili opadaju
  - nemonotone funkcije: u nekim delovima rastu, a u drugim opadaju
    - uočiti: sve linearne funkcije su monotone, sve nemonotone su nelinearne

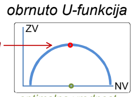
osnovni (idealizovani) oblici nemonotonih funkcija:

U-funkcija



prvo negativno usporeno opada, zatim pozitivno ubrzano raste

obrnuto U-funkcija

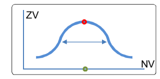


prvo negativno ubrzano raste, zatim pozitivno usporeno opada

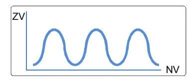
- *PRIMERI:*
  - U-funkcija: odnos brzine trčanja (NV) i utroška energije (ZV)
  - obrnuto-U-funkcija: odnos motivacije (NV) i uspešnosti (ZV)
- karakteristike U i obrnuto-U funkcija:
  - *ekstremne* vrednosti ZV: *minimum* kod U, *maksimum* kod obrnuto-U
  - *optimalne* vrednosti NV: one vrednosti NV za koje ZV dostiže ekstremne vredn.

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 26

- *normalna (Gausova) kriva*
  - liči (donekle) na spoj dve S-funkcije, jedne rastuće i jedne opadajuće



  - *PRIMER:*
    - oblik raspodele mnogih varijabli
  - karakteristike:
    - *optimalna* vrednost: prosek M
    - *maksimalna vrednost*
    - *širina:* SD
- *ciklične (periodične) funkcije*
  - u svom toku *ponavljaju* oblik
  - imaju više optimalnih i ekstremnih vrednosti



sinusoida

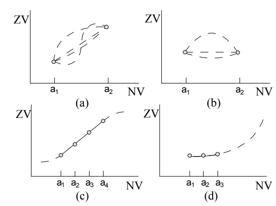
  - *PRIMERI:*
    - vibracije muzičkih tonova
  - karakteristike:
    - *frekvenca:* učestalost promene
    - *amplituda:* intenzitet promene

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 27

- u matematici funkcije se grafički predstavljaju kao kontinuirane (neprekidne)
  - za *bilo koju* vrednost NV postoji odgovarajuća vrednost ZV
- međutim, u istraživanjima to nije slučaj
  - u istraživanjima uvek ispitujemo samo *izvestan broj* vrednosti NV, i utvrđujemo njima odgovarajuće vrednosti ZV
  - vrednosti ZV za *ostale* vrednosti NV ne utvrđujemo
- *PRIMER:*
  - u istraživanju zavisnosi ocene od vremena učenja, ispitali smo samo 5 vrednosti NV (pet nivoa): 1 min, 2 min, 3 min, 4 min, 5 min
  - nismo ispitali, na pr., vrednosti 0.5 min, 1.9 min, 15 min itd, i ne znamo kolika bi bila prosečna ocena za ova vremena
- problem: kako proceniti vrednosti ZV za neispitane vrednosti NV?
- rešenje: pretpostavimo da funkcija ima relativno *pravilan* tok
  - tada se može smisleno proceniti koje bi vrednosti ZV imala i za one vrednosti NV koje *nismo* ispitali
- interpolacija: procena vrednosti ZV *između* ispitanih vrednosti NV
- ekstrapolacija: procena vrednosti ZV *izvan* ispitanih vrednosti NV

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 28

- *PRIMERI:*
  - interpolacija: procena ocene za vreme učenja od 3.5 minuta
  - ekstrapolacija: procena ocene za vreme učenja od 10 minuta
- interpolacija i ekstrapolacija su utoliko uspešnije ukoliko je ispitan *veći broj* i *širi opseg* vrednosti NV
- *PRIMERI:*
  - interpolacija
    - ako ispitamo samo *dve* vrednosti NV, nećemo moći mnogo da kažemo o toku funkcije *između* njih
  - ekstrapolacija
    - ako ispitamo samo *uzak opseg* vrednosti NV, nećemo moći mnogo da kažemo o toku funkcije *izvan* njih



- problem: što ima više vrednosti NV, istraživanje je složenije, duže, skuplje
  - dakle, mora se napraviti neki kompromis
- uočiti: ovakvi problemi *ne* postoje kod kvalitativnih kategoričkih NV
  - kod njih *nema* vrednosti NV *između* ispitanih

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 29

g. Značajnost rezultata

(1) Bivalentni nacrti (BJFN)

- setimo se UFN sa dve kategorije:
  - iako može postojati *numerička* razlika među frekvencama u *uzorku* (na pr. 55 i 45 cucli), pitanje je da li je ta razlika *statistički značajna*, tj. da li važi u populaciji
- slična razmatranja važe i u BJFN
  - iako može postojati *numerička* razlika među *prosecima* u uzorku (na pr. 180 i 160 cm), pitanje je da li je ta razlika *statistički* značajna

(a) testiranje značajnosti u *neponovljenim* bivalent. JFN (NBJFN)

- pre nego što opišemo 5 faza, razmotrićemo *tri* bitna činioca od kojih zavisi statistička značajnost
  - to su: *veličina uzorka*, *veličina razlike proseka*, i *varijabilnost podataka*
  - prva dva činioca su očita, treći je suptilniji
- radi ilustracije uticaja ovih činioca, poredićemo primere *parova* istraživanja zavisnosti matematičke sposobnosti (ZV) od pušenja (NV):
  - zadato je 50 matematičkih zadataka dvema grupama subjekata:
    - prva grupa ima N1 pušača, i oni su u proseku rešili M1 zadataka
    - druga grupa ima N2 pušača, i oni su u proseku rešili M2 zadataka

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 30

- (1) uticaj veličine uzorka (N1 + N2)

	NIVO	BROJ	PROSEK	RAZLIKA
PRVO ISTR.	puš.	N1 = 2	M1 = 40	R = 10
	nep.	N2 = 2	M2 = 30	

	NIVO	BROJ	PROSEK	RAZLIKA
DRUGO ISTR.	puš.	N1 = 200	M1 = 40	R = 10
	nep.	N2 = 200	M2 = 30	

  - u kojem se od ova dva istraživanja možemo *više* pouzdati u dobijenu razliku?
    - odgovor: u onom koje ima *veći* uzorak (N1+N2)
    - iako je razlika R dva proseka *jednaka* u oba istraživanja
  - opšte pravilo: što je veći uzorak, verovatnije je da je dobijena razlika stat. znač.
- (2) uticaj veličine razlike između dva proseka (R)

	NIVO	BROJ	PROSEK	RAZLIKA
PRVO ISTR.	puš.	N1 = 100	M1 = 30	R = 1
	nep.	N2 = 100	M2 = 29	

	NIVO	BROJ	PROSEK	RAZLIKA
DRUGO ISTR.	puš.	N1 = 100	M1 = 40	R = 30
	nep.	N2 = 100	M2 = 10	

  - u kojem se od ova dva istraživanja možemo *više* pouzdati u dobijenu razliku?
    - odgovor: u onom u kojem je nađena *veća* razlika (R)
    - iako su uzorci *jednake* veličine u oba istraživanja
  - opšte pravilo: što je veća razlika proseka, verovatnije je da je ona stat. znač.
- međutim: da bi razlika bila statistički značajna, nije dovoljno da bude velika
  - i velike razlike mogu biti ipak statistički neznačajne, ako je uzorak mali
  - obrnuto, i male razlike mogu ipak biti statistički značajne, ako je uzorak veliki

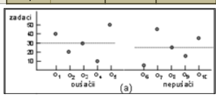
1. Jednofaktorski nacrti (JFN)

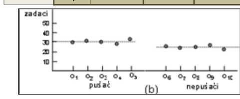
31

- (3) uticaj varijabilnosti podataka (SD)

	NIVO	BROJ	PROS.	SD	RAZ.
PRVO ISTR.	puš.	N1 = 100	M1 = 30	SD1=15.8	R=5
	nep.	N2 = 100	M2 = 25	SD2=15.8	

	NIVO	BROJ	PROS.	SD	RAZ.
DRUGO ISTR.	puš.	N1 = 100	M1 = 30	SD1=1.58	R=5
	nep.	N2 = 100	M2 = 25	SD2=1.58	





- u kojem se od ova dva istraživanja možemo *više* pouzdati u dobijenu razliku?
  - u onom sa *manjom* varijabilnošću podataka u okviru grupa (SD1, SD2 ili V1,V2)
    - razlog: dobijeni proseci su pouzdaniji
  - iako su veličine uzorka i razlika proseka *jednaki* u oba istraživanja
- opšte pravilo: što je *manja* varijabilnost podataka (variranje podataka u svakoj grupi oko *svog*, grupnog proseka), veća je verovatnoća je da je dobijena razlika stat. znač.
- dakle: za stat. značajnost nije dovoljno da i razlika i uzorak budu veliki
  - naime, čak i velike razlike na velikim uzorcima mogu ipak biti statistički neznačajne, ako je varijabilnost velika
  - obrnuto, čak i male razlike na malim uzorcima mogu ipak biti statistički značajne, ako je varijabilnost mala

1. Jednofaktorski nacrti (JFN)

32

- opšti zaključci:
- na statističku značajnost razlike dva proseka u NBJFN utiču *tri* činioca - veličina uzorka, veličina razlike proseka, varijabilnost unutar grupa
- verovatnoća da je data razlika dva proseka statistički značajna je:
  - *direktno* proporcionalna veličini *uzorka* i veličini *razlike proseka*
    - tj., utoliko je veća što su ovi činioci *veći*
  - *obrnuto* proporcionalna *varijabilnosti unutar grupa*
    - tj., utoliko je veća što je ovaj činilac *manji*
- *veličina uzorka:* izražena je preko N1+N2
  - ako je nacrt *balansiran*, tada je N1 = N2 = N
    - veličina uzorka tada iznosi 2N
  - razmatraćemo samo balansirane nacrte
    - analiza nebalansiranih nacrta je sasvim moguća, ali može biti složenija
- *veličina razlike proseka:* izražena je preko R = M1 – M2
  - ona se takođe može izraziti preko razlika *grupnih* proseka i *opšteg* proseka
    - R1=M1-My, R2=M2-My, pri čemu je R1-R2 = M1-My-(M2-My) = M1-M2 = R
- *varijabilnost unutar grupa:* izražena je preko SD1 i SD2 ili preko V1 i V2

1. Jednofaktorski nacrti (JFN)

33

testiranje značajnosti u neponovljenim bivalentnim JFN

- testiranje prolazi kroz istih 5 faza kao kod frekvencijskih nacrta
- *PRIMER:* istraživanje zavisnosti matematičke sposobnosti od pušenja
  - NV odn. faktor A: pušenje, sa nivoima: a1: pušači (N1=2), a2: nepušači (N2=2)
    - veličina uzorka je nerealistično mala (ukupno N1+N2 = N+N = 2N = 4, što je najmanji mogući broj za analizu), ali je pogodna za primer, zbog preglednosti računa
  - ZV: broj rešenih zadataka
- *Faza I: Podaci i deskriptivne mere*
  - utvrđivanje opserviranih vrednosti NV (nivoi) i ZV subjekata
  - izračunavanje grupnih proseka, i totalnog (opšteg) proseka ZV
- *PRIMER:* zamislićemo ovaj ishod:
- od datih 10 zadataka, rešili su:
  - pušači (a1): O1 rešio 4, O2 rešio 2
  - nepušači (a2): O3 rešio 8, O4 rešio 6

matrica proseka

	puš.	nep.	My
broj poena	3	7	5

da li je razlika R = 7-3 = 4 stat. značajna?

Subj.	nivoi NV	1. mere zav. var. Y		2. grupni proseci M		3. opšti prosek M_Y
		Y_1	Y_2	M_1	M_2	M_Y
O_1	a_1	4		3		5
O_2	a_1	2		3		5
O_3	a_2		8		7	5
O_4	a_2		6		7	5

detaljni prikaz ovih podataka, pogodan za analizu

1. Jednofaktorski nacrti (JFN)

34

- *Faza II: nulta hipoteza, očekivane vrednosti, devijacije*
- *nulta hipoteza:* H0: $\mu1 = \mu2$ (u popul. nema razlike u mat. sposobnosti puš. i nep.)
- *očekivane vrednosti:* odnose se na *grupne* proseke M1 i M2
  - nema efekta, očekiv. proseci su *jednaki*, i jednaki su *opštem (total.)* proseku My
    - slično kao što su u UFN oč. frek. u svim kategorijama *jednake*, a njihov *zbir* je *tot.* frekv.
- *devijacije:* totalne, unutargrupne, i međugrupne (razlike između Y, My, i M)
  - *totalne devijacije:* razlike individualnih mera i opšteg proseka: y = Y – My
  - *unutargrupne devijacije (greške):* razlike indiv. mera i grupnih proseka: g = Y – M
  - *međugrupne devijacije (efekti):* razlike grupnih pros. i opšteg pros.: e = M – My

Subj.	nivoi NV	1. mere zav. var. Y		2. grupni proseci M		3. opšti prosek M_Y	4. tot. dev. $y = Y – M_Y$		5. greške $g = Y – M$		6. efekti $e = M – M_Y$	
		Y_1	Y_2	M_1	M_2	M_Y	y_1	y_2	g_1	g_2	e_1	e_2
O_1	a_1	4		3		5	4-5 = -1		4-3 = 1		3-5 = -2	
O_2	a_1	2		3		5	2-5 = -3		2-3 = -1		3-5 = -2	
O_3	a_2		8		7	5		8-5= 3		8-7 = 1		7-5= 2
O_4	a_2		6		7	5		6-5= 1		6-7= -1		7-5= 2

uočiti: sve tri vrste devijacija sabiraju se do nule

Σy = -1+(-3)+3+1 = 0	Σg = 1+(-1)+1+(-1) = 0	Σe = -2+(-2)+2+2 = 0

1. Jednofaktorski nacrti (JFN)

35

- za devijacije važi tzv. devijaciona jednačina: y = e + g
  - naime: e + g = (M – My) + (Y – M) = Y – My = y

demonstracija važenja devijacione jednačine u primeru:

Subj.	nivoi	4. tot. odstup. $y = Y – M_Y$		5. greške $g = Y – M$		6. efekti $e = M – M_Y$	
		y_1	y_2	g_1	g_2	e_1	e_2
O_1	a_1	-1 = 1+(-2)		1		-2	
O_2	a_1	-3 = -1+(-2)		-1		-2	
O_3	a_2		3 = 1+2		1		2
O_4	a_2		1 = -1+2		-1		2

- totalna odstupanja y sastoje se od dve komponente: greške g i efekti e
  - greške g: *nesistematska* komponenta, *specifična* za članove grupe
    - odražavaju razlike između objekata koji pripadaju *istoj* grupi
    - tj. varijabilnost *unutar* svake od dveju grupe, ponaosob
      - u primeru: međusobne razlike *u okviru* pušača, i *u okviru* nepušača
  - efekti e: *sistematska* komponenta, *zajednička* za svaku grupu kao celinu
    - odražavaju razlike proseka *grupa* od *opšteg proseka* (odn. razliku dva *proseka*)
    - tj. varijabilnost koja postoji *između proseka* grupa, a odražava uticaj NV na ZV
      - npr. razlika pušača kao *grupe* (e= -2, rešili 2 zad. *manje* od opšteg proseka) od nepušača kao *grupe* (e= +2, rešili 2 zadatka *više* od opšteg proseka)

1. Jednofaktorski nacrti (JFN)

36

- za JFN važi posebna *strukturna jednačina*, koja se izvodi na sledeći način:
  - iz definicije totalne devijacije, y = Y – My, sledi: Y = My + y
  - budući da važi devijaciona jednačina, y = e + g, sledi da važi:
- strukturna jednačina: Y = My + e + g

demonstracija važenja strukturne jednačine u primeru:

Subj.	nivoi	1. mere zav. var. Y		3. opšti prosek M_Y	5. greške $g = Y – M$		6. efekti $e = M – M_Y$	
		Y_1	Y_2	M_Y	g_1	g_2	e_1	e_2
O_1	a_1	4 = 5+ 1+(-2)		5	1		-2	
O_2	a_1	2 = 5+(-1)+(-2)		5	-1		-2	
O_3	a_2	8 = 5+ 1 + 2		5		1		2
O_4	a_2	6 = 5+(-1)+ 2		5		-1		2

- zaključak: individualna mera Y sastoji se od tri komponente:
  - 1. opšti prosek svih mera: My (karakteristika *svih* objekata istraživanja)
    - npr. nešto što je zajedničko 'svim ljudima'
  - 2. efekt pripadnosti grupi: e (karakteristika *grupa* objekata istraživanja)
    - npr. nešto što je zajedničko samo 'nekim ljudima', tj. pojedinim grupama
  - 3. odstupanja od grupe: g (karakteristika *pojedinačnih* objekata istraživanja)
    - npr. nešto što je specifično samo za 'pojedinca' (loše nazvano 'greška')

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 37

- *Faza III: test statistik*
  - setimo se: kod frekvencijskih nacrta se kao *test-statistik*, tj. veličina koja odražava odstupanje dobijenih rezultata od H0, koristi *hi-kvadrat*
  - kod faktorijalnih i korelaciono-regresionih nacrta to je tzv. *F-količnik* (i *t-količnik*)
  - prikazaćemo, postupno u više koraka, kako se gradi formula za F-količnik
- početni korak odnosi se na utvrđivanje *varijabilnosti* tri vrste *devijacija*
  - kao mere varijabilnosti koriste se *zbirovi kvadrata devijacija*, kojih ima tri
    - zbir kvadrata totalnih devijacija: Σy^2
    - zbir kvadrata grešaka: Σg^2
    - zbir kvadrata efekta: Σe^2

demonstracija računanja zbirova kvadrata u primeru:

devijacije se prvo *kvadriraju*, a zatim se *saberu*

Subj.	nivoi	4. tot. odstup. $y = Y - M_Y$	5. greške $g = Y - M$	6. efekti $e = M - M_Y$
		y_1 y_2	g_1 g_2	e_1 e_2
O_1	a_1	$(-1)^2 = 1$	$1^2 = 1$	$(-2)^2 = 4$
O_2	a_1	$(-3)^2 = 9$	$(-1)^2 = 1$	$(-2)^2 = 4$
O_3	a_2	$3^2 = 9$	$1^2 = 1$	$2^2 = 4$
O_4	a_2	$1^2 = 1$	$(-1)^2 = 1$	$2^2 = 4$
		$\Sigma y^2 = 1+9+9+1 = 20$	$\Sigma g^2 = 1+1+1+1 = 4$	$\Sigma e^2 = 4+4+4+4 = 16$

- uočiti: 20 = 4 + 16
- može se matematički pokazati da će takav odnos važiti uvek, naime ...

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 38

- može se dokazati da važi jednačina zbirova kvadrata: $\Sigma y^2 = \Sigma e^2 + \Sigma g^2$
- ova jednačina je izuzetno važna za postupak testiranja značajnosti
  - podseća na devijacionu jednačinu, $y = e + g$, ali svi izrazi su *kvadrirani* (i stoga nenegativni, tj. pozitivni su ili nulti, i ne mogu biti negativni) i *sabrani*
- jednačina izražava da se zbir kvadrata totalnih devijacija Σy^2 odn. *totalni zbir kvadrata* odn. *totalna varijabilnost*, sastoji od dve komponente:
  - (1) zbir kvadrata efekta Σe^2 odn. *međugrupni zbir kvadrata* odn. *varijabilnost između grupa*
    - u primeru: varijabilnost podataka (razlike u matematičkoj sposobnosti među subjektima) koja *može* poticati od uticaja NV (pušenja)
  - (2) zbir kvadrata grešaka Σg^2 odn. *unutargrupni zbir kvadrata* odn. *varijabilnost unutar grupa*
    - u primeru: varijabilnost podataka koja *ne* može poticati od NV (uticaja pušenja) već od razlika u ZV (matemat. sposobnosti) bez obzira na NV (pušenja)
- druge oznake i formule za jednačinu zbirova kvadrata (Sum of Squares):
  - SStotal = SSefekt + SSgreška (gde je $SStotal=\Sigma y^2$, $SSefekt=\Sigma e^2$, $SSgreška=\Sigma g^2$)
  - SStot = SSb + SSw ('b' i 'w' od engl.: 'between' = između, 'within' = unutar)
  - $SS_T = SS_A + SS_e$ ('A' se odnosi na faktor A, 'e' od engl.: 'error' = greška)

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 39

- u naredna dva koraka vrše se dve *transformacije* dobijenih zbirova kvadrata
- to su: (1) izražavanje SS preko *proporcija*, i (2) izražavanje SS preko *varijansi*
- (1) izražavanje jedn. $SS_T = SS_A + SS_e$ u obliku *proporcija*, deljenjem sa SS_T
  - $SS_T / SS_T = SS_A / SS_T + SS_e / SS_T$
  - uočimo da je $SS_T / SS_T = 1$, i označimo: SS_A / SS_T sa r^2, i SS_e / SS_T sa q^2
- dobija se: *proporciona jednačina:* $r^2 + q^2 = 1$
- r^2 i q^2 su proporcije (odn. procenti, množenjem sa 100) *totalne* varijabilnosti SS_T, koje se odnose na *međugrupnu* (r^2) i na *unutargrupnu* (q^2) varijabilnost
- r^2: koeficijent determinacije, procent *objašnjene* varijabilnosti, η^2 (eta kvadr.)
  - koren iz r^2, tj. r, je point-biserijalni koeficijent korelacije NV i ZV, u primeru 0.89
- q^2: koeficijent nedeterminacije, procent *neobjašnjene* varijabilnosti
- *PRIMER:* podelimo $SS_T = SS_A + SS_e$ odn. $16 + 4 = 20$, sa $SS_T = 20$
  - rezultat: 16/20 + 4/20 = 20/20, odn. 0.8 + 0.2 = 1 odn. 80% + 20% = 100%
- *interpretacija:* kako možemo *objasniti* odn. čemu možemo *pripisati* totalnu varijabiln. podataka, odn. dobijene *razlike* među subjektima u broju rešenih zadataka?
- možemo ih pripisati dejstvu dva činioca, koji čine 80% i 20% totalne varijabilnosti:
  - 80% razlika možemo pripisati NV, tj. pušenju, tj. razlici *između* pušača i nepuš.
  - 20% možemo pripisati razlikama *unutar* pušača i razlikama *unutar* nepušača

1. Jednofaktorski nacrti (JFN) 40

- (2) izražavanje $SS_T = SS_A + SS_e$ u obliku *varijansi*: deljenje sa step. slobode
- setimo se: populaciona varijansa $V = \Sigma d^2/(N-1) = SS/df$
  - analogni postupak (deljenje SS sa df) se primenjuje na SS_A i na SS_e (ne na SS_T)
- *međugrupna komponenta:* međugrupni zbir kvadrata, $SS_A = \Sigma e^2$
  - odgovarajući stepeni slobode označavaju se obično sa df_A
  - može se pokazati da važi: $df_A = 1$ (a to je broj grupa, tj. 2, umanjen za 1)
- *unutargrupna komponenta:* unutargrupni zbir kvadrata, $SS_e = \Sigma g^2$
  - odgovarajući stepeni slobode označavaju se obično sa df_e
  - može se pokazati da važi: $df_e = 2(N-1)$ (broj grupa x br. članova u grupi manje 1)
- deljenjem zbirova kvadrata sa stepenima slobode dobijaju se *varijanse*
  - one se nazivaju 'prosečni kvadrati', u oznaci MS (engl.: 'mean square')
- međugrupni prosečni kvadrat: $MS_A = SS_A/df_A = \Sigma e^2/1$
- unutargrupni prosečni kvadrat: $MS_e = SS_e/df_e = \Sigma g^2/2(N-1)$
  - uočiti: ovo su procene *populacionih* varijansi: imaju oblik SS/df
  - *PRIMERI:* $MS_A = SS_A/1 = \Sigma e^2/1 = 16$; $MS_e = \Sigma g^2/2(2-1) = 4/2 = 2$
- završni korak: izračunavanje test statistika kao *količnika* dva pros. kvadrata:
- test statistik se naziva F-količnik: $F = MS_A/MS_e$
  - *PRIMER:* $F = MS_A/MS_e = 16/2 = 8$