

*Napomena za studente: Umesto Pojmovnika na koji se upućuje u ovom tekstu treba koristiti tekst Osnovni matematički pojmovi sa moodle-a.*

*Delovi teksta koji su u fusnotama ili uokvireni isprekidanom linijom mogu se, ukoliko se učine preteškim za praćenje, preskočiti i nije ih neophodno pripremati za ispit.*

*Sve primedbe, komentare i sugestije u vezi sa ovim tekstom možete poslati na [ltenjovi@f.bg.ac.rs](mailto:ltenjovi@f.bg.ac.rs) pri čemu niste obavezni da se u poruci potpišete svojim imenom.*

## **II. POLAZNI METODOLOŠKI I STATISTIČKI POJMOVI KOJI SU NEOPHODNI ZA RAZUMEVANJE STATISTIČKE ANALIZE PODATAKA**

*Neophodni matematički pojmovi za razumevanje teksta u ovoj glavi:<sup>1</sup>*

***Osnovni pojmovi teorije skupova** (skup, indeksirani skup, prazan skup, jednaki skupovi, podskup, pravi podskup, univerzalni skup)*

***Funkcija (preslikavanje)***

***Relacija***

Prema jednoj izreci kvalitetni ljudi su kao i dobri romani – u početku su teški (i, što je još gore dosadni) ali vremenom bivaju zanimljiviji i tek na kraju oduševе. Voleo bih da ova knjiga kod čitalaca doživi sudbinu dobrog romana. Razmišljajući kako da počnem pisanje sadržinskog dela knjige, tj. delova koji slede posle uvodnog poglavlja shvatio sam da me čeka veoma težak posao: učenje primene statistike podrazumeva poznavanje osnovnih metodoloških i statističkih pojmova (na primer, pojmova kao što su jedinica posmatranja, uzorak, populacija, varijabla, merenje...) i razumevanje osnovnih pojmova matematičke oblasti koja se zove teorija verovatnoće. Stoga sam odlučio da izložim čitaoca ovim sadržajima pre nego što počnem da objašnjavam same postupke primene statistike. Verujem da će deo knjige posvećen izlaganju primene statističkih postupaka čitaocu biti zanimljiviji. Po svojoj prirodi sadržaji koji su izloženi u ovoj i sledećoj glavi (određenje polaznih metodoloških i statističkih pojmova i osnovni pojmovi teorije verovatnoće) čitaocu mogu u početku izgledati teški (čak i dosadni). Zbog gustog i realno teškog sadržaja ove i naredne glave veliki broj čitalaca mogao bi imati osećaj koji dobro opisuje jedna šaljiva izjava koja se pokatkad sreće među studentima psihologije, a pogotovu među studentima iz nekih psihologiji srodnih oblasti: *Kada bi mi preostao samo još jedan dan života, proživio bih ga na časovima statistike – izgledao bi mi kao večnost.* Za utehu, kada savlada ove dve glave, čitaocu će učenje primene statistike (o čemu će biti reči u ostatku knjige) biti mnogo lakše i zanimljivije nego da je to učenje pokušao bez ovih dveju glava. A da li će se čitaovo iskustvo sa ovom knjigom poklopiti sa onom izrekom sa početka ovog pasusa ne mogu ni da pretpostavim: iz toga što su *dobre* knjige teške na početku a zanimljivije što se ide prema kraju ne sledi da se *sve* knjige koje su u početku teške ispostave na kraju dobrim.

Dakle, u ovoj glavi objasnićemo osnovne metodološke i statističke pojmove čije poznavanje predstavlja nužan uslov za nesmetano praćenje preostalog dela knjige, kao i za

---

<sup>1</sup> Čitalac koji ne vlada neophodnim pojmovima može konsultovati odrednice **Osnovni pojmovi teorije skupova**, **Funkcija** i **Relacija** u Pojmovniku u Dodatku \*\*

adekvatno razumevanje statističke analize podataka uopšte. Takođe, uvešćemo osnovne oznake koje će biti korišćene u knjizi. Kao što smo to već pojasnili u Predgovoru, određenja matematičkih pojmova koji su neophodni za razumevanje ove glave (a za koje pretpostavljamo da ih veliki broj čitalaca već poznaje iz prethodnog školovanja) data su u Pojmovniku u Dodatku \*\* ove knjige.<sup>2</sup>

Jedna od suštinskih odlika sveukupne čovekove aktivnosti (pa i aktivnosti svih živih bića) jeste sticanje novih znanja. Sticanje novih znanja predstavlja jedan od ključnih uslova opstanka. Nova znanja stižu se izvlačenjem relevantnih informacija iz iskustava. Iskustva specifične vrste, iskustva kroz koja se u empirijskim naukama (u kakve spadaju i psihologija i srodne oblasti) stižu nova znanja uobičajeno zovemo *naučnim empirijskim istraživanjima*. Naučna empirijska istraživanja trebalo bi da poseduju specifične karakteristike koje ne odlikuju nužno i iskustva kojima se stižu nova znanja u svakodnevnom životu. Naučna empirijska istraživanja bi trebalo da budu (prema Todorović, 2008 i Fajgelj, 2014):

- *Objektivna tj. nepristrasna* – istraživačeva subjektivna očekivanja, uverenja, stavovi i interesi ne bi trebalo da utiču na njihov tok i ishod;
- *Ponovljiva*, tj. podložna ponavljanju;
- *Utemeljena, i višestruko proverena na većem broju slučajeva i situacija*;
- *Kontrolisana*, tj. izvedena prema jasno i precizno formulisanom planu ili nacrtu istraživanja;
- *Precizna*, tj. izvedena sa jasno i precizno formulisanim pojmovima, teorijskim stanovištima i rezultatima;
- *Racionalna*, tj. logički ispravna i konzistentna;
- *Podložna neprestanom preispitivanju i samokritična*;
- *Javno dostupna* preko istraživačkih izveštaja.

Ukoliko je reč o tzv. kvantitativnim istraživanjima naučna empirijska istraživanja bi trebalo i da

- *Uključuju obradu podataka korišćenjem odgovarajućih statističkih postupaka*.

Dakle, poslednje navedena karakteristika koja bi trebalo da odlikuje kvantitativna naučna istraživanja podrazumeva primenu statistike. Naime, kvantitativna naučna istraživanja zasnivaju se na *podacima* a statistika upravo pruža matematički zasnovane principe i postupke za prikupljanje, organizovanje, sažet prikaz, analizu i tumačenje podataka. S obzirom na ovakvo određenje statistike (koje smo već naveli i u uvodnoj glavi) očigledno je da se primena statističkih principa i postupaka u naučnim istraživanjima ne ograničava samo na kvantitativnu obradu već prikupljenih podataka i tumačenje rezultata te obrade već nužno prožima i pripremu, tj. planiranje prikupljanja podataka, kao i sastavljanje izveštaja o istraživanju. U ovoj knjizi prvenstveno ćemo se baviti primenom statistike u fazi obrade prikupljenih podataka i tumačenja rezultata dobijenih tom obradom.

### Šta je podatak?

Pojam podatka jedan je od najvažnijih polaznih pojmova u primeni statistike, pri čemu se u naučnim istraživanjima ovaj pojam najčešće sreće u obliku množine, tj. u obliku *podaci* (engl. data). Kako bismo precizno definisali šta je podatak, neophodno je prethodno

---

<sup>2</sup> Savetujem čitaocu da se ne uplaši zbog pojavnosti težine i složenosti materijala u delovima ove i naredne glave već da dobro prouči te delove knjige, koristeći po potrebi pojmove iz Pojmovnika, kako bi mu praćenje preostalog dela knjige bilo što jednostavnije. Preporučujem čitaocu da se na pojmove koji su objašnjeni u ovoj glavi vrati, kada god mu je to potrebno, i tokom čitanja preostalih delova knjige.

definisati i razmotriti određeni broj pojmova koji se pojavljuju u samom određenju pojma podatka: **jedinica posmatranja, uzorak, populacija, varijabla i merenje.**

### Populacija, jedinice posmatranja i uzorak (engl. population, research units, sample)

Svako istraživanje sprovodi se sa jasno definisanim ciljem kojim se, između ostalog, konkretizuje skup i obeležja, tj. osobine tog skupa koje se posmatraju prema određenim metodološkim pravilima kako bi se nešto određeno saznalo o tom skupu, tj. kako bi se postigao cilj zbog kojeg je istraživanje izvedeno. *Skup o kojem želimo da saznamo, tj. na koji želimo da primenimo zaključke istraživanja* predstavlja **populaciju** u statističkom smislu. Ako, na primer, želimo da saznamo da li se odrasli muškarci i žene u Srbiji razlikuju prema depresivnosti, skup o kojem želimo da saznamo čine svi stanovnici Srbije koji su u vreme istraživanja stariji od 18 godina. Takva populacija se u statistici zove *konačnom* populacijom. Ako, pak, želimo da saznamo da li se u načelu, tj. kod svih odraslih ljudi muškarci i žene razlikuju prema depresivnosti tada bi populaciju činili svi ljudi stariji od 18 godina. U tom slučaju populacija bi, sa stanovišta primene statistike, mogla biti tretirana i kao *beskonačna* ako bismo želeli da se naši zaključci odnose i na one ljude koji će tek postati odrasli u budućnosti. Ukoliko, pak, posmatramo određeni kognitivni proces za koji pretpostavljamo da se na sličan način odvija kod svih ljudi i želimo da zaključujemo o mehanizmima odvijanja tog procesa tada populaciju u statističkom smislu predstavlja sam taj proces. Ako bismo želeli da analiziramo određeni aspekt primene statistike u člancima iz časopisa koji pripadaju određenoj naučnoj oblasti tada bi populaciju činili svi članci iz časopisa u toj oblasti. Dakle, šta predstavlja populaciju pri primeni statistike u naučnim istraživanjima zavisi od cilja istraživanja: populacija zapravo predstavlja skup na koji se naše istraživanje odnosi.<sup>3</sup> I dok je u nekim istraživanjima populacija eksplicitno navedena i predstavlja skup koji realno egzistira u datom trenutku, u mnogim istraživanjima populacija je implicitno prisutna kao skup svih mogućih elemenata iste vrste kakvi su elementi na kojima se izvodi istraživanje. U ovoj knjizi populaciju ćemo, pošto ona matematički posmatrano predstavlja skup, označavati iskošenim, velikim slovom *P*.

***Jedinice posmatranja*** predstavljaju one entitete, tj. elemente iz populacije (skupa

---

<sup>3</sup> Ovakvo određenje populacije u skladu je sa određenjem koje je dao Stilson (1966, str. 31) i drugačije je od onog koje se uobičajeno sreće u statističkim i metodološkim udžbenicima na našem jeziku. Na primer, Č. Dragičević definiše populaciju kao „*skup varijabilnih elemenata iste vrste*“ (Dragičević, 2002, str. 10), a Ž. Ristić kao „*konačan ili beskonačan skup entiteta ili pojava koje poseduju zajednička svojstva*“ (Ristić, 1984, str. 385). Mi smo se opredelili za Stilsonovo određenje jer verujemo da sa stanovišta primene statistike u psihologiji i srodnim oblastima najviše odgovara realnosti, tj. praksi te primene. Ovakvo određenje omogućuje nam, na primer, da čak i rezultate psihološkog ili pedagoškog testiranja jedne osobe tretiramo kao uzorak koji nam omogućuje da zaključujemo o toj osobi, tj. o populaciji određene vrste ponašanja jednog jedinog ispitanika. Takođe, u eksperimentalnim istraživanjima populacija može biti fiktivna, tj. može a da ne sadrži entitete koji realno *trajno* egzistiraju. Na primer, ako je reč o ispitivanju delovanja stresa na određene psihičke funkcije, populacija na koju se primenjuju zaključci jesu ljudi koji su kraće ili duže vreme izloženi delovanju stresa, a ne tačno određeni fizički segment populacije ljudi. Takvu populaciju, dakle, mogu činiti svi ljudi koji se nađu u određenoj situaciji stresa, ali ljudi *pod stresom* i ljudi koji *nisu pod stresom* ne postoje kao takvi trajno u onom smislu u kojem postoje muškarci i žene kao delovi populacije. Ovakvo određenje je i dovoljno opšte da može da obuhvati i tzv. enumerativna ili istraživanja sa prebrojavanjem i tzv. analitička istraživanja. U enumerativnim istraživanjima postoji realno egzistirajuća konačna populacija o čijim svojstvima zaključujemo na osnovu sprovednog istraživanja. U analitičkim istraživanjima nema realno egzistirajuće, eksplicitno definisane, konačne populacije, u smislu skupa čiji se članovi mogu identifikovati i prebrojati, već se na osnovu podataka koji se dobijaju u ispitivanju postojećeg *procesa* zaključuje o budućem hipotetičkom procesu. Podrobnije razmatranje ova dva opšta tipa istraživanja prikazano je na početku Glave 7.

na koji želimo da primenimo rezultate istraživanja) na kojima se izvodi istraživanje.<sup>4</sup> U psihologiji i srodnim oblastima jedinice posmatranja su najčešće ljudi te se stoga u tim situacijama često koriste termini *subjekti* (najčešće u eksperimentalnim istraživanjima), *ispitanici* ili *učesnici*. Međutim, postoje i ona istraživanja u ovim oblastima u kojima su jedinice posmatranja životinje ili neživi objekti, na primer dokumenti ili određeni proizvodi ljudskog rada. Stoga ćemo u ovoj knjizi u opštem slučaju koristiti termin jedinica posmatranja, a u situacijama u kojima je jasno da su jedinice posmatranja ljudi koristićemo i termine ispitanici, subjekti ili učesnici.

Skup svih jedinica posmatranja u određenom istraživanju predstavlja **uzorak**. Uzorak, dakle, predstavlja podskup entiteta iz populacije na kojem se izvodi istraživanje, pri čemu je taj podskup najčešće izabran iz populacije po određenim principima. Za primenu određenih statističkih postupaka važno je da uzorak bude izabran po principima teorije verovatnoće. Uzorci koji su birani po principima teorije verovatnoće predstavljaju *probabilističke* ili *slučajne* uzorke.<sup>5</sup> Izbor probabilističkog uzorka u mnogim istraživanjima predstavlja veoma složen poduhvat.<sup>6</sup>

Kao opštu oznaku bilo koje jedinice posmatranja koristićemo oznaku

$$e_i; i = 1, \dots, n \text{ (čita se: "e i, za i od 1 do n"),}$$

a uzorak ćemo označavati oznakom  $E$ .

Indeks  $i$  u oznaci entiteta definiše redosled kojim smo entitete uzeli u razmatranje. Prema tome, prvi element uzorka koji razmatramo označili bismo oznakom  $e_1$ , drugi oznakom  $e_2$  i tako redom.

Uzorak kao skup od  $n$  jedinica posmatranja i istovremeno kao pravi podskup populacije formalno možemo opisati na sledeći način:

$$E = \{e_i; i = 1, \dots, n\} \subset P.$$

Pri tome, oznaka  $\subset$  predstavlja oznaku za pravi podskup.

### **Varijabla** (engl. variable)

Varijabla ili promenljiva je posmatrana karakteristika, obeležje, osobina ili svojstvo entiteta po kojoj se entiteti koji pripadaju određenoj populaciji međusobno razlikuju. Dakle, da bi neka karakteristika entiteta u populaciji kojom se bavimo predstavljala varijablu teorijski je neophodno da se barem dva entiteta u pogledu tog svojstva razlikuju. Ako su svi entiteti nekog skupa koji pručavamo jednaki u pogledu određenog obeležja ili osobine onda takvo obeležje ne može predstavljati varijablu već je reč o konstanti.

Varijable se u istraživanjima u psihologiji i srodnim oblastima klasifikuju na različite načine, tj. prema različitim kriterijumima. Za razmatranja primene statistike najvažnija je klasifikacija koja varijable deli prema načinu na koji se iskazuju razlike među jedinicama posmatranja na varijabli.<sup>7</sup>

Prema navedenom kriterijumu, varijable se uobičajeno dele na *kvantitativne* i *kategoričke* ili *kvalitativne*.<sup>8</sup> Tipični primeri kvantitativnih varijabli su: visina (iskazana u cm), inteligencija (iskazana količnikom inteligencije ili merom, tj. skorom na testu inteligencije), agresivnost (iskazana skorom na upitniku agresivnosti), broj dece u porodici,

<sup>4</sup> Pojedini metodolozi jedinice posmatranja nazivaju i *objektima istraživanja* (cf. Todorović, 2008).

<sup>5</sup> Termin probabilistički potiče od latinskog probabilitas što znači verovatnoća.

<sup>6</sup> O načinu biranja uzorka, tj. o uzorkovanju detaljnije će biti reči u Glavi 7.

<sup>7</sup> O drugim važnim kriterijumima klasifikovanja varijabli može se pročitati u Todorović (2008, str. 44–49) ili Fajgelj (2014, str. \*\*\*\*).

<sup>8</sup> Ponekad se kvantitativne varijable nazivaju i numeričkim jer se vrednosti na ovim varijablama iskazuju brojevima. Ovaj naziv za kvantitativne varijable početnike može da zbuni jer se često cifre, tj. numeričke oznake koriste i kod kategoričkih varijabli s tim što tada cifre nemaju značenje brojeva.

broj godina školovanja, znanje statistike (iskazano skorom na testu znanja), uzrast (u godinama ili mesecima).<sup>9</sup> Tipični primeri kategoričkih varijabli su: pol, nacionalnost, preferencija ruke (“rukost” sa kategorijama “levoruk”, “ambidekstar”, “desnoruk”), zanimanje, tip mesta boravka (kategorije “urbano”, “neurbano”), pušački status (“nikad nije pušio-la”, “ranije pušio-la, sada ne”, “puši”), bračni status (“nije udavana/nije ženjen”, “udata/oženjen”, “udovac/udovica”...), konfesionalna pripadnost (“pravoslavac”, “katolik”, “musliman”, “budista”...).

Razlike među jedinicama posmatranja na kategoričkoj varijabli iskazujemo navođenjem *kvaliteta* koji karakterišu ove jedinice, tj. kategorija kojima jedinice posmatranja pripadaju. Dakle, razlike među jedinicama posmatranja na kategoričkoj varijabli iskazuju se njihovim klasifikovanjem u različite kategorije, pri čemu su razlike među kategorijama kvalitativne a ne kvantitativne. Na primer, osobe različite etničke pripadnosti klasifikujemo u različite kategorije pri čemu kategorije etničke pripadnosti ne govore ni na koji način o kvantitetu, tj. većem ili manjem prisustvu etničke pripadnosti. Razlike između jedinica posmatranja na kvantitativnoj varijabli iskazuju se dodeljivanjem različitih vrednosti, tj. mera ili skorova, pri čemu različite vrednosti, mere ili skorovi govore o manjem ili većem prisustvu (ili “iznosu”) osobine. Tako, na varijabli znanje statistike, na osnovu rezultata na testu znanja jedinicama posmatranja sa većim znanjem statistike dodeljujemo veći a onima sa manjim znanjem manji skor. Na varijabli “broj dece” ispitanicima koji nemaju dece dodeljujemo vrednost 0, onima sa jednim detetom vrednost 1, i tako redom. Očigledno veći broj na datoj varijabli označava ispitanika koji poseduje veći broj dece.

Jednu kvantitativnu varijablu uobičajeno označavamo slovom  $v$ , a skup kvantitativnih varijabli označavamo na sledeći način:

$$V = \{v_j; j = 1, \dots, m\}.$$

Indeks  $j$  u ovoj oznaci odnosi se na bilo koju varijablu od ukupno  $m$  varijabli.

Kategoričku ili kvalitativnu varijablu označavaćemo u ovoj knjizi slovom  $Q$ . Ako u razmatranju postoji istovremeno više kategoričkih varijabli označavaćemo ih indeksiranim slovom  $Q$ :  $Q_1, Q_2$  i tako redom.<sup>10</sup>

Teorijski posmatrano, kvantitativne varijable mogu biti *kontinuirane* i *diskretne*. Kontinuirane kvantitativne varijable su varijable kod kojih teorijski između dveju vrednosti varijable može biti neodređeno mnogo ili beskonačan broj vrednosti. Teorijski moguće vrednosti ovih varijabli mogu se predstaviti kao kontinuum, tj. kao dimenzija. Grafički prikazano to izgleda ovako: \_\_\_\_\_.

Primeri kontinuiranih varijabli su: visina, težina, brzina reagovanja, a, kako se veruje, i sve kognitivne osobine i većina osobina ili crta ličnosti.<sup>11</sup> Treba imati na umu da su podaci koje u istraživanju prikupimo i na teorijski kontinuiranim varijablama diskretni, tj. diskontinuirani jer je praktično nemoguće dobiti svaku moguću vrednost u nekom intervalu budući da je broj mogućih vrednosti u tom slučaju beskonačan. U principu, zavisno od preciznosti mernog instrumenta, podatke sa kontinuiranih varijabli registrujemo u obliku celih brojeva ili, pak, decimalnih brojeva sa manjim brojem decimala. Na primer, pri merenju visine podatke najčešće iskazujemo u santimetrima (i kao cele brojeve), u merenju

<sup>9</sup> Engleski termin *score* (čita se kao „skor“) odomaćen je u psihologiji i srodnim oblastima kao naziv za ukupni rezultat na psihološkim testovima i upitnicima, kao i testovima znanja.

<sup>10</sup> U pojedinim statističkim knjigama na našem jeziku kategoričke varijable nazivaju se atributivnim obeležjima (cf. Žižić, Lovrić & Pavličić, 2000).

<sup>11</sup> Za pretpostavku o tome da su tipične psihološke varijable kontinuirane kvantitativne varijable i da se, prema tome, mogu meriti još uvek nema valjanih empirijskih potkrepljenja. Na ovoj još uvek nedovoljno empirijski potkrepljenoj pretpostavci, u koju veruje većina istraživača u psihologiji, zasniva se celokupna naučna psihologija!

znanja podatke sa testova znanja uobičajeno iskazujemo takođe celim brojevima. Stoga je mera kod kontinuiranih varijabli predstavnik celog intervala mogućih vrednosti između gornje i donje egzaktno granice intervala. Na primer, ukoliko rezultate na nekoj teorijski kontinuiranoj varijabli iskazujemo celim brojevima, tada mera 22 predstavlja bilo koju vrednost od teorijski beskonačnog broja vrednosti u intervalu od 21.5 (donje egzaktno granice ove mere) do 22.5 (gornje egzaktno granice ove mere). Mera 23 bi predstavljala sve moguće vrednosti u intervalu od 22.5 do 23.5. I tako redom.

Diskretne ili diskontinuirane kvantitativne varijable mogu uzeti samo neke vrednosti u datom intervalu vrednosti, tj. moguće vrednosti takvih varijabli nalaze se samo na pojedinim tačkama realne brojne linije. Grafički se ovakve varijable mogu predstaviti na sledeći način: .....

Tipični primeri takvih varijabli su: veličina porodice (broj članova porodice), broj grešaka u eksperimentu i slično.

### **Merenje** (engl. measurement)

Pojam merenja u psihologiji (i u nekima od srodnih oblasti) predstavlja jedan od onih pojmova koji izazivaju mnoge kontroverze. Nije, naime, sasvim jasno da li je uopšte opravdano nazivati merenjem ono što se u psihologiji tako naziva. Najšire prihvaćena definicija merenja u psihologiji jeste definicija koju je 1946. u časopisu *Science* dao američki psiholog Stenli Smit Stivens (Stanley Smith Stevens), a prema kojoj merenje predstavlja pridruživanje ili dodeljivanje brojki, tj. brojčanih oznaka (engl. numerals) objektima ili događajima u skladu sa određenim pravilima (Stevens, 1946). Međutim, stručnjaci u oblasti merenja ne slažu sa ovom definicijom jer ona ne uzima u obzir suštinske aspekte merenja budući da je po svojoj suštini merenje u vezi sa kvantitetom ili veličinom. Stoga, mnogi psiholozi koji rade u oblasti merenja definišu merenje kao sistematsko dodeljivanje brojeva za predstavljanje kvantitativnih atributa objekata ili događaja. Merenje u strogom smislu tog pojma predstavlja ocenjivanje veličine ili iznosa nekog kvantiteta kroz količnik te veličine (iznosa) i jedinice istog kvantiteta. Ova jedinica predstavlja standard koji je precizno definisan i služi za merenje iznosa ili veličine nekog kvantiteta. Na primer, u merenju dužine stola posmatramo koliko puta se u tom iznosu sadrži standard, u ovom slučaju metar. Iskaz da je sto dug 2.5 metra znači da je količnik dužine stola i standarda (u ovom primeru metra) jednak 2.5.<sup>12</sup>

---

<sup>12</sup> Ne postoji potpuno slaganje o tome šta sve ima pravo da se zove merenjem u psihologiji. Pojedini autori priznaju kao merenje samo merenje **kvantiteta**. Aksiomska definicija kvantiteta i za psihologe veoma korisna rasprava o problemu merenja može se pročitati u Michel, 1990. Matematički psiholozi, pristalice tzv. aksiomske ili apstraktne teorije merenja nastoje da utemelje i razviju postupke psihološkog merenja koji bi omogućili postojanje izomorfizma (identičnosti oblika) između psiholoških karakteristika, tj. empirijskih sistema koji se mere i apstraktnog sistema kojim se ove karakteristike reprezentuju u procesu merenja. Ipak, ovaj pristup merenju u psihologiji nije, barem za sada, postao opšteprihvaćen među psiholozima, a psihologija je, sa stanovišta "tvrde" teorije merenja, u pogledu rešavanja problema merenja još uvek na prednaučnom nivou. Nije, naime, uopšte jasno da li psihološke varijable koje psiholozi uobičajeno "mere" predstavljaju kvantitete, tj. da li se varijable koje se uobičajeno koriste u psihologiji mogu meriti u pravom smislu te reči. Ono što svakako predstavlja veliki problem kada je reč o merenju u psihologiji jeste to što se često o karakteristici ili svojstvu koje se "meri" ne zna dovoljno - što nedostaju dovoljno razvijene i precizne teorije o svojstvu koje se "meri". Onda kada psihologija bude imala dovoljno razrađene i precizne teorije o strukturi svojstava ili obeležja koje se mere tada će konstrukcija instrumenta za merenje tih svojstava biti znatno smisleniji poduhvat nego što je to slučaj u sadašnjem trenutku razvoja psihološke nauke (cf. Sijtsma, 2012).

Momirović, Wolf i Popović pokušali su da problem definicije merenja u psihologiji reše davanjem jedne šire definicije, koja je bliska Stivensovoj, i jedne uže definicije koja poštuje suštinsku povezanost merenja sa pojmom kvantiteta:

Merenje je (prema najširoj definiciji) "...svaka operacija, koja, u skladu sa nekim potpunim i tačnim skupom pravila, omogućava da se nekom objektu koji je član nekog homogenog skupa objekata pridruži oznaka ili broj koji se odnosi na određeno svojstvo, tako da se ma koja dva objekta koja se po tom svojstvu razlikuju mogu razlikovati, i ma koja dva objekta koja su po tom svojstvu identična mogu smatrati identičnim." (Momirović, Wolf & Popović, 1997, str.19).

Prema užoj definiciji "merenje se može shvatiti kao operacija preslikavanja nekog objekta iz skupa objekata  $E$  na skup realnih brojeva, učinjena u skladu sa nekom procedurom  $P$ ." (Momirović i sar., str.20). U ovom užem smislu, u smislu merenja kvantitativnih svojstava, Momirović i dr. formalno definišu merenje na sledeći način: "Neka je  $e_i$  neki objekt iz skupa objekata  $E = (e_i ; i = 1, \dots, n)$  i neka je  $w$  neka karakteristika definisana na skupu realnih brojeva ( $x_j, -\infty < x_j < \infty$ ). Varijabla koja je definisana pridruživanjem broja  $x_j$  objektu  $e_i$

$$y_{ij} = e_i \otimes x_j$$

je rezultat merenja karakteristike  $w$  na objektu  $e_i$ " (Momirović i sar., str.20).

"Merenje" u najširem smislu možemo posmatrati i sa aspekta operacija koje se primenjuju u samom tom procesu. Osnovne operacije koje se primenjuju u bilo kojem, pa prema tome i u psihološkom, merenju jesu: 1. brojanje; 2. uređivanje u redosled (rangovanje) i 3. razvrstavanje (klasifikovanje). Svi postupci "merenja" mogu se svesti na ove tri bazične operacije. Pri merenju visine ili inteligencije, na primer, broji se koliko jedinica ima neki ispitanik (santimetara za visinu ili broja tačno urađenih zadataka na testu inteligencije). Na osnovu odgovora na pitanje o polu ili nacionalnosti ispitanik se klasifikuje u jednu od kategorija varijabli pol ili nacionalnost. Isto tako, određeni procenjivač ili određeni kriterijum mogu poslužiti za rangovanje ispitanika prema nekoj osobini (na primer hrabrosti, urednosti). Koliko ispitanika u nekom uzorku pripada određenoj kategoriji neke varijable (na primer u grupi ljudi sa osnovnim ili visokim obrazovanjem) možemo dobiti prostim prebrojavanjem odgovora ispitanika na pitanje o školskoj spremi.

### Nivoi merenja (engl. measurement levels)

Čak i laiku je jasno da nije isto značenje cifara kojima su predstavljeni podaci u sledećim primerima:

Nacionalna pripadnost: 1 - Englez; 2 - Šveđanin; 3 - Srbin; 4 - Grk;

Disciplinovanost (rangovi za 15 jedinica posmatranja): 1 - najdisciplinovaniji, 2 - Drugi po disciplinovanosti, 3 - Treći po disciplinovanosti, 4 - Četvrti po disciplinovanosti...15 - Petnaesti po disciplinovanosti.

Uspeh na testu znanja: 1 bod; 2 boda; 3 boda, 4 boda...43 boda.

Visina: 167 cm; 187 cm; 188 cm...

U vezi sa različitim značenjima i aksiomatskim matematičkim svojstvima cifara kojima se iskazuju podaci, definišu se različiti *nivoi merenja*. Nivo merenja govori o dopustivim

transformacijama koje je moguće izvesti na podacima sa datog nivoa merenja, a da te transformacije ne promene vezu koja postoji između podataka i svojstva koje se meri. U psihologiji se, u skladu sa teorijom merenja Stenli Smit Stivensa, najčešće razlikuju četiri osnovna nivoa merenja sa razlikama u količini informacija koje merilac dobija sa svakog od ovih nivoa: nominalni, ordinalni, intervalni i racio nivo. Svakom nivou merenja odgovara određeni tip merne skale, pa se umesto o nivoima merenja često govori o četiri tipa mernih skala. Svaki nivo merenja definisan je svojim invarijantama, tj. dopustivim transformacijama podataka sa datog nivoa merenja koje ne menjaju značenje, tj. *smislenost* tvrdnji koje se mogu izreći korišćenjem neke merne skale kada se skala sa jednog nivoa merenja transformiše u neku drugu skalu sa tog istog nivoa merenja (Narens & Luce, 1986; Kornbrot, 1990). Na primer, tvrdnja "Ja sam visok kao dva Avalska tornja" je pogrešna bez obzira na to da li se visina iskazuje u centimetrima ili metrima (cf. Marcus-Roberts & Roberts, 1987). Dakle, neka tvrdnja je *smislena* ako njena *istinitost ne zavisi od toga koja se konkretna skala sa datog nivoa merenja koristi*.

1. **Nominalni** nivo merenja (lat. nomen = ime; nominalis = imenski) je najniži tip "merenja". Cifre na skalama koje odgovaraju nominalnom nivou merenja služe samo kao oznake, ili "imena" za kategorije datog obeležja, te je, s obzirom na osnovno značenje pojma skala, sam naziv nominalna "skala" u osnovi protivrečan.<sup>13</sup> Cifre nemaju značenje pravih brojeva, tj. nemaju kvantitativno značenje već govore samo o tome da je nešto isto ili različito od nečeg drugog:  $A = A$  (identitet) i  $A \neq B$  (različit od). Na ovoj skali nema relacije  $A > B$  niti relacije  $A < B$ .

Dakle, jedina relacija je ekvivalencija koja je refleksivna ( $X = X$  za svako  $X$ , tj. "X je u relaciji ekvivalencije sa samim sobom"), simetrična ( $X=Y \Rightarrow Y=X$ , tj. "Ako je X u relaciji ekvivalencije prema Y, onda je Y u relaciji ekvivalencije prema X") i tranzitivna (Ako je  $X = Y$  i  $Y = Z$  onda je  $X = Z$ , tj. "Ako je X u relaciji ekvivalencije prema Y i Y u relaciji ekvivalencije prema Z, onda je X u relaciji ekvivalencije prema Z"). Skale sa nominalnog nivoa merenja invarijantne su na sve transformacije tipa

$$y_{ij} = f(x_{ij})$$

pri čemu je  $f(\bullet)$  bilo koje preslikavanje jedan-prema-jedan, tj. uzajamno jednoznačno preslikavanje. "Skala" koja odgovara nominalnom nivou "merenja" invarijantna je, prema tome, na permutaciju svojih vrednosti. Invarijantnost se u ovom slučaju znači da su dopustive sve transformacije koje zadržavaju kategorijsku pripadnost entiteta koje "merimo". Dakle, dozvoljena je operacija međusobne zamene oznaka kategorija ako je zamena izvedena iscrpno i konzistentno. Na primer, ako smo levoruke ispitanike prvobitno označili jedinicom, ambidekstre dvojkom, a desnoruke trojkom možemo, a da to ništa ne promeni u suštini skale, levoruke označiti trojkom, ambidekstre cifrom 1, a levoruke

<sup>13</sup> **Skala** (engl. scale) je u opštem slučaju svaka procedura ili mehanizam koji se koristi za uređivanje entiteta (objekata ili događaja) u progresivni niz, pri čemu za svaki entitet i za sve entitete postoji pravilo za dodelu brojeva ili vrednosti entitetima koji se skaliraju. U teoriji merenja u užem smislu skala je pravilo koje reguliše odnos između numeričkih vrednosti i kvantiteta koji se meri. Uočimo da, prema ovim određenjima, skala podrazumeva uređivanje po kvantitetu pa, prema tome, označavanje pojedinih kategorija neke karakteristike ciframa ili nekim drugim oznakama nije skala u pravom smislu reči mada se često u tim slučajevima govori o tzv. nominalnim "skalama". Prema Stivensu "skala merenja je pravilo po kojem se brojčane oznake pridružuju određenim aspektima objekata ili događaja" (prema Stilson, 1966., str.126) pa bi u tom smislu moglo da se govori i o nominalnoj skali.



ispitanike cifrom 2. Isto tako, možemo levoruke označiti cifrom 2890, ambidekstre cifrom 26, a levoruke cifrom 0. I dalje će, posle zamene, ispitanici označeni istom cifrom biti u istoj relaciji ekvivalencije u pogledu rukosti u kojoj su bili i pre ove zamene. Isto tako, ispitanici koji su označeni različitim ciframa biće u pogledu rukosti i posle permutacija oznaka međusobno različiti.

2. **Ordinalni nivo merenja** (lat. ordo = red; ordinalis = redni) daje informaciju o redosledu. Nepoznata je veličina jedinica na skalama sa ovog nivoa merenja, a ove skale nemaju svojstvo intervalnosti ni realnu nulu. Tipičan primer podataka sa ovog nivoa merenja predstavljaju rangovi. Na primer, razlika između ranga 1 i ranga 2 ne mora u pogledu „iznosa“ ili izraženosti varijable biti ista kao između rangova 3 i 4. Dobra ilustracija ovog nivoa merenja je *redosled* atletičara prema brzini: onaj koji stigne na cilj prvi je najbrži i dobija rang 1 (i zlatnu medalju), onaj koji stigne drugi je drugi po brzini i dobija rang 2 (i srebrnu medalju), onaj koji stigne treći je treći po brzini i dobija rang 3 i tako redom. Međutim, razlika u brzini između prvog i drugog ne mora biti jednaka (i obično i nije jednaka) razlici u brzini između drugog i trećeg. Naravno, brzina atletičara može se iskazati i na savršeniji način, tj. brzinom merenom na način uobičajen u fizici.

Za skale sa ordinalnog nivoa merenja važi relacija potpunog ili linearnog poretka ( $\geq$  ili  $\leq$ ) koja je tranzitivna, antisimetrična (Ako je  $X \geq Y$  i  $Y \geq X$ , onda je  $X = Y$ ) i linearna ( $X \geq Y$  ili  $Y \geq X$ ). Ove skale zadržavaju svojstvo uređenosti nakon transformacija tipa

$$y_{ij} = f(x_{ij})$$

pri čemu je  $y_{ij}$  vrednost na skali koja se dobija transformacijom  $f$ ,  $x_{ij}$  je vrednost na skali pre transformacije, a  $f(\bullet)$  monotona rastuća funkcija. Ove skale invarijantne su na striktno rastuće monotone transformacije, tj. transformacije koje zadržavaju redosled, kao što su logaritamske, ekponencijalne ili inverzne transformacije. Invarijantnost u ovom slučaju znači da su dopustive sve transformacije koje zadržavaju poredak, tj. redosled entiteta koje „merimo“. Ako, na primer, rangujemo pet ispitanika u pogledu neke osobine, tj. dodelimo im brojeve 1, 2, 3, 4 i 5 u skladu sa tim u kojoj meri je ta osobina izražena kod njih, ništa se u pogledu redosleda ovih ispitanika u pogledu izmerene izraženosti date osobine neće promeniti ako napravimo logaritamsku transformaciju (na primer prirodnim logaritmom), tj. ako im umesto brojeva 1, 2, 3, 4 i 5 dodelimo brojeve 0, 0.69, 1.10, 1.39 i 1.61. Pojedine crte ličnosti kao što su poštenje, hrabrost i slične često se mere na ordinalnom nivou, korišćenjem tzv. skala procene. Takođe, ordinalne skale invarijantne su i na affine transformacije. Afine transformacije podrazumevaju množenje vrednosti na skali nekom pozitivnom konstantom ( $b$ ) i dodavanje realne konstante ( $a$ ) vrednostima na skali. Proizvoljna realna konstanta  $a$  naziva se aditivnom, a proizvoljna realna pozitivna konstanta  $b$  multiplikativnom konstantom affine transformacije. Afine transformacije predstavljaju jedan uzan podskup monotonih transformacija.

3. **Intervalni nivo merenja** (lat. intervallum = prostor između bedema, međuprostor) daje skale koje poseduju jedinice koje su ekvivalentne, a čija je veličina arbitrarna. Takođe, nulta tačka na ovim skalama je arbitrarno određena. Skale sa intervalnog nivoa merenja moraju imati (pored relacije ekvivalencije i potpunog poretka) i specifikovan racio, tj. količnik ili odnos bilo koja dva intervala. Ove skale daju informaciju o razlikama, tj. o tome za koliko jednakih jedinica je nešto veće ili manje. Primer merenja na intervalnom nivou je merenje temperature u stepenima Farenhajtove skale ( $F^{\circ}$ ) ili Celzijusove skale ( $C^{\circ}$ ). Porast u prosečnoj molekularnoj kinetičkoj energiji koji je neophodan da podigne

temperaturu tela sa 1 na 2 stepena isti je kao i onaj koji je neophodan za dizanje temperature sa 18 na 19 stepeni. Međutim, tvrdnja o tome da je temperatura od 40 C° stepeni duplo veća od temperature od 20 C° nema smisla jer ako te vrednosti temperature na Celzijusovoj skali dopustivom afinom transformacijom prevedemo na drugu intervalnu skalu (Farenhajtovu) dobićemo vrednosti temperature od 104 F° i 36 F°. <sup>14</sup> U potonjem slučaju količnik ovih dveju temperaturnih vrednosti jednak je 2.89, a ne 2 kao što je to slučaj sa temperaturnim vrednostima na Celzijusovoj skali. Prema tome, budući da istinitost tvrdnje o dvostruko većoj temperaturi zavisi od toga koju intervalnu skalu koristimo za merenje temperature ta tvrdnja nema smisla. To uopšteno važi za mere sa bilo koje intervalne skale: ove mere *ne mogu dati informaciju o tome za koliko puta je nešto veće ili manje od nečeg drugog*.

Skale sa intervalnog nivoa merenja invarijantne su na afine transformacije, tj. transformacije tipa

$$y_{ij} = f(x_{ij}) = a + bx_{ij}$$

pri čemu  $b \in R^+$ , a  $a \in R$ . <sup>15</sup> Invarijantnost u ovom slučaju znači da su dopustive sve transformacije koje čuvaju relativne razlike između entiteta koje merimo.

Za varijable koje sadrže podatke sa intervalnog nivoa merenja može se formirati racio skala razlika između vrednosti varijable. Razlike prave racio skalu jer oduzimanje poništava arbitrarnu nultu tačku, a razlike su iste bez obzira na početnu tačku (cf. Ferguson, 1981, str.14). <sup>16</sup>

4. **Racio** (količnički) nivo merenja (lat. ratio = količnik) daje skale koje imaju ekvivalentne i ekvidistantne jedinice i realnu apsolutnu nulu, dakle,  $v_{ij} = 0 \Rightarrow x_{ij} = 0$  (ako je vrednost na skali jednaka nuli onda je reč o nultoj vrednosti varijable koju merimo). Jedinice na skalama sa racio nivoa merenja su takođe arbitrarne, tj. dogovorene konvencijom. Ove skale daju informacije o tome za koliko puta je nešto veće ili manje. Tipičan primer ove skale je skala temperature u Kelvinovim stepenima. Temperatura jednaka nuli na ovoj skali zaista znači nepostojanje temperature ili odsustvo termalnog kretanja (kinetičke energije molekula). Realna nula na ovoj skali odgovara temperaturi od -273.15 C°. <sup>17</sup>

<sup>14</sup> Transformacija vrednosti sa Celzijusove skale na Farenhajtovu skalu izvodi se korišćenjem formule  $F^{\circ} = (9/5)C^{\circ} + 32$ , a sa Farenhajtove na Celzijusovu korišćenjem formule  $C^{\circ} = 5(F^{\circ} - 32)/9$ .

<sup>15</sup>  $R$  predstavlja skup realnih brojeva, a  $R^+$  skup pozitivnih realnih brojeva.

<sup>16</sup> Kao posebne vrste intervalnih skala Narens i Luce daju i sledeće tri vrste:

a. **Log-intervalna** skala invarijantna je na sve transformacije tipa

$$y_{ij} = f(x_{ij}) = bx_{ij}^r$$

pri čemu su  $b$  i  $r$  pozitivne realne konstante ( $b \in R^+$ ,  $r \in R^+$ ).

b. **Log-intervalna diskretna** skala invarijantna je na sve transformacije tipa

$$y_{ij} = f(x_{ij}) = bx_{ij}^{kn}$$

pri čemu je  $b$  pozitivna realna konstanta,  $k$  fiksirano i pozitivno, a  $n$  pripada skupu celih brojeva.

c. **Diskretna intervalna** skala invarijantna je na sve transformacije tipa

$$y_{ij} = f(x_{ij}) = k^n x_{ij} + a,$$

pri čemu je  $k$  fiksirano i pozitivno,  $n$  pripada skupu celih brojeva, a  $a$  bilo koji realan broj.

<sup>17</sup> Prevođenjem Kelvinove skale na Celzijusovu skalu prostim oduzimanjem broja 273.15 od vrednosti na Kelvinovoj skali ta skala gubi svojstva skale sa racio nivoa merenja i postaje intervalna skala.

Invarijantne su na multiplikativne transformacije, tj. transformacije tipa

$$y_{ij} = f(x_{ij}) = bx_{ij}$$

pri čemu je  $b$  proizvoljan realan pozitivan broj. Invarijantnost u ovom slučaju znači da su dopustive sve transformacije koje čuvaju relativni količnik ili rasio među jedinicama posmatranja koje merimo. Treba uočiti da, s obzirom na postojanje realne nulte tačke, nije dozvoljeno dodavanje realne nenulte konstante na vrednosti sa skale rasio tipa niti logaritmovanje tih vrednosti.<sup>18</sup>

Stivensovom skupu od četiri nivoa merenja (tzv. NOIR skup) Narens i Luce dodaju još jedan nivo kojem odgovaraju tzv. apsolutne skale (Narens & Luce, 1986).

5. **Apsolutne skale** imaju realnu apsolutnu nulu i sadrže informacije o brojnosti. Na primer, podaci na varijabli broj dece u porodici potiču sa ovog nivoa merenja. Jedinice na ovoj skali su prirodne.

Budući da su jedinice ove skale prirodne, skala je invarijantna samo na identične transformacije:

$$x_{ij} = x_{ij}$$

Invarijantnost u ovom slučaju znači da su dozvoljene samo transformacije koje čuvaju brojnost.

**Podatak** (engl. datum, oblik množina data)

Na osnovu pojmova koje smo izložili u prethodnog delu teksta možemo da damo precizno određenje pojma podatka. Podatak predstavlja:

- ili oznaku kategorijske pripadnosti jedinice posmatranja iz uzorka na određenoj kategoričkoj varijabli;
- ili brojem iskazan rang koji u pogledu nekog obeležja jedinica posmatranja zauzima u odnosu na ostale jedinice posmatranja u uzorku
- ili, pak, numeričku vrednost koju jedinica posmatranja dobija kao meru ili rezultat na nekoj kvantitativnoj varijabli.

Dakle, klasifikovanjem neke jedinice posmatranja, ili njenim rangovanjem ili merenjem te jedinice posmatranja u pogledu neke kvantitativne varijable dobijamo određeni podatak.

Podatak ćemo u opštem slučaju označavati na sledeći način:  $x_{ij}$ . Prvi indeks u ovoj oznaci, indeks  $i$  odnosi se na jedinicu posmatranja, a drugi indeks, indeks  $j$ , odnosi se na varijablu. Ovakvo označavanje u skladu je sa činjenicom da je podatak u tabelama ili

<sup>18</sup> Kao posebnu vrstu rasio skale Narens i Luce (1986) izdvajaju diskretnu rasio skalu.

**Diskretna rasio** skala invarijantna je na transformacije tipa

$$y_{ij} = f(x_{ij}) = k^n$$

pri čemu je  $k$  fiksirano i pozitivno, a  $n$  pripada skupu celih brojeva.

Momirović, Wolf i Popović (1997), pored ovih, najšehće navođenih, definišu još i aditivni tip merne skale: Aditivna skala zadržava uređenost i intervalnost pri dodavanju i oduzimanju, tj. pri transformaciji tipa:  $y_{ij} = x_{ij} + c$ , pri čemu je  $c$  proizvoljna nenulta realna konstanta. Nemaju realne nule, a budući da je jedinica merenja prirodna (nearbitarna) množenje konstantom nema smisla.

matricama podataka u stvari element matrice koji se nalazi u preseku reda  $i$  sa kolonom  $j$  te matrice.

Primeri podataka su: cifra 1 za određenog ispitanika kao oznaka ispitanikove pripadnosti kategoriji "muški" na varijabli pol, broj 22 koji predstavlja brojčani rezultat ili skor ispitanika na testu znanja statistike, broj 58 kao vrednost na varijabli uzrast, broj 45 kao ukupni rezultat ispitanika ili skor na testu inteligencije, broj 650 kao vreme reakcije ispitanika na određeni stimulus, cifra 7 kao oznaka ranga ispitanika u pogledu disciplinovanosti na času i slično. Podaci koje dobijamo ispitivanjima ili posmatranjem pojava u psihologiji i srodnim oblastima mogu se tretirati kao kvalitativni (kategorički) ili kvantitativni a mogu se posmatrati i kao da potiču sa mernih skala koje pripadaju različitim nivoima merenja.<sup>19</sup>

### Matrica podataka

Kada odaberemo (ako je ikako moguće slučajno) uzorak iz populacije, i za svakog ispitanika iz uzorka odredimo njegovu kategorijsku pripadnost na nominalnoj varijabli ili dobijemo njegovu meru ili skor na kvantitativnoj varijabli, struktura koju dobijemo takvim "opisom" ili merenjem uzorka entiteta  $E$  u pogledu više varijabli predstavlja tabelu podataka ili matricu podataka. To se može predstaviti na sledeći način:

$$\mathbf{X} = E \otimes V = (x_{ij})$$

V a r i j a b l e

		1	2	.	.	$J$	.	$M$
Jedinice posmatranja	1	$x_{11}$	$x_{12}$	.	.	$x_{1j}$	.	$x_{1m}$
	2	$x_{21}$	$x_{22}$	.	.	.	.	$x_{2m}$
	.	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.	.
	$i$	$x_{i1}$	$x_{i2}$	.	.	$x_{ij}$	.	$x_{im}$
	.	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.	.
	$n$	$x_{n1}$	$x_{n2}$	.	.	$x_{nj}$	.	$x_{nm}$

Pri tome, slovom  $\mathbf{X}$  označena je matrica podataka, a znakom  $\otimes$  označena je činjenica da matrica podataka nastaje tako što svakoj jedinici posmatranja iz skupa  $E$ , tj. uzorka, pridružujemo određene brojčane vrednosti (rezultate, oznake kategorija) na varijablama iz

<sup>19</sup> Pojedini autori tipove podataka koji se susreću u statističkim analizama klasifikuju na sasvim drugačiji način, bez uzimanja u obzir teorije o nivoima merenja. Na primer, Mosteler i Tjuki (Mosteller & Tukey, 1977, prema Velleman & Wilkinson, 1993, str. 68) daju sledeći spisak tipova podataka:

Imena (eng. names);

Stepeni, tj. uređena imena (eng. grades);

Rangovi (engl. ranks);

Brojčane frakcije (eng. counted fractions) – ograničenog raspona, na primer procenti;

Brojnost ili frekvencije (eng. counts) – nenegativni celi brojevi;

Iznosi, količine (eng. amounts) – nenegativni realni brojevi;

Bilansi (eng. balances) – neograničene pozitivne ili negativne vrednosti.

skupa  $V$ . Uočimo da su podaci u matrici podataka indeksirani tako da prvi indeks označava red u kojem je podatak, tj. jedinicu posmatranja, a drugi indeks označava kolonu, tj. varijablu u kojoj je podatak. Isto tako, uočimo da se opšti indeks  $i$  odnosi na jedinicu posmatranja, a opšti indeks  $j$  na varijablu.

Uobičajeno je, mada to nije nužno, da se u redovima matrice podataka nalaze ispitanici ili jedinice posmatranja, a u kolonama varijable. U svakom redu (od 1 do  $n$ ) matrice podataka nalazi se po jedan ispitanik a u svakoj koloni (od 1 do  $m$ ), ako je reč o kvantitativnim varijablama, po jedna varijabla. Ako je varijabla kategorička onda ona može, zavisno od načina na koji se kodira, zauzeti jednu ili više kolona.<sup>20</sup> Prema tome, svaki element matrice podataka ( $x_{ij}$ ) predstavlja podatak za  $i$ -tog ispitanika na  $j$ -toj varijabli.

U statističkom paketu SPSS podaci su organizovani na opisani način. Primer jedne matrice podataka u ovom programu prikazan je na Slici \*\*

	RBR	Pol	Uzrast	Stepen_obrazovanja	Materijalni_status_porodice	Bracni_status	Broj_dece	Radni_status	CES_D1	CES_D2
1	1	1	68	.	999	1	1	999	2	2
2	2	1	71	6	3	1	2	3	2	2
3	3	1	43	4	2	1	1	4	2	2
4	4	1	49	6	2	1	1	1	1	1
5	5	1	58	4	1	1	1	4	1	1
6	6	1	61	4	1	1	1	3	1	1
7	8	1	61	4	2	1	1	3	1	1
8	9	1	77	3	1	2	1	3	1	1
9	10	1	72	6	2	1	1	3	4	1
10	11	1	54	6	3	1	1	2	1	1
11	12	1	68	4	999	1	1	3	2	1
12	13	1	58	4	2	1	2	3	3	3
13	14	1	61	6	2	1	1	3	2	2
14	15	1	63	4	2	1	1	3	3	3
15	17	1	51	4	1	1	1	5	3	3
16	18	1	50	4	2	1	1	5	1	1
17	19	1	69	6	3	1	1	3	2	2
18	20	1	54	4	2	1	1	3	1	1
19	21	1	71	6	2	1	1	3	3	3
20	22	1	70	4	2	1	1	3	3	3
21	23	1	59	4	2	1	1	3	1	1
22	24	1	74	.	999	1	1	3	2	2
23	25	1	58	1	2	1	999	3	2	2
24	26	1	71	2	1	1	1	3	1	1
25	27	1	65	6	2	1	1	2	2	2

Kao što se na Slici\*\* može videti, u redovima koje SPSS označava ciframa od 1 pa nadalje su jedinice posmatranja (u primeru sa slike ispitanici), a u kolonama su varijable, kao na primer pol, uzrast, stepen obrazovanja i tako redom.

U posebnom slučaju, koji se praktično veoma retko javlja, kada u istraživanju imamo samo jednu varijablu, tj. kada je  $m = 1$ , skup entiteta  $E$  opisan na toj jednoj varijabli  $v$  daje niz podataka u jednoj koloni:

$$\mathbf{x} = E \otimes \mathbf{v} =$$

1	$x_1$
2	$x_2$

<sup>20</sup>Različiti načini kodiranja nominalne kategoričke varijable objašnjeni su u Glavi 5.

.	.
.	.
I	$x_i$
.	.
.	.
N	$x_n$

Na taj način se dobija struktura, tj. vektor podataka (ili "kolona-matrica" podataka) koji je reda  $n \times 1$ , a koji je označen oznakom  $\mathbf{x}$ . U ovom specijalnom slučaju, drugi indeks u opštoj oznaci za podatak  $x_{ij}$ , indeks  $j$ , možemo izostaviti jer je on za sve podatke jednak jedinici. Tada podatak za ispitanika  $e_i$  na jedinoj varijabli  $v$  možemo označiti oznakom  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  (čita se: "iks  $i$  za  $i$  od 1 do  $n$ ").

### Nivoi merenja sa kojih dolaze podaci i primena statističkih postupaka: dileme i kontroverze

Veoma složena i dugotrajna rasprava vodila se, i još uvek traje, o tome koji matematički i statistički postupci su dozvoljeni na podacima koji potiču sa različitih nivoa merenja (cf. Stevens, 1946; Lord, 1953; Anderson, 1961; Gaito, 1980; Townsend & Ashby, 1984; Michell, 1986; Velleman & Wilkinson, 1993). Sam Stevens insistirao je na tome da su smislaone interpretacije statističkih analiza moguće samo ukoliko postoji konzistentnost između nivoa merenja sa kojeg dolaze podaci, sa jedne strane, i matematičkih operacija i statističkih postupaka koji se primenjuju na podacima, sa druge strane. Ova konzistentnost postiže se tako što se na podacima primenjuju oni statistički postupci koji su invarijantni na dopustive transformacije podataka. Na primer, za podatke koji potiču sa intervalne merne skale može se računati aritmetička sredina, jer se aritmetička sredina afino transformisanih podataka (a ova transformacija je dopustiva za intervalne podatke) može dobiti na osnovu iste afine transformacije aritmetičke sredine početnih podataka. Naime, ako podatke sa intervalne merne skale transformišemo tako da svaki rezultat pomnožimo konstantom  $b$  i, istovremeno, na svaki rezultat dodamo konstantu  $a$ , tada će aritmetička sredina transformisanih podataka biti jednaka aritmetičkoj sredini početnih podataka umnoženoj za konstantu  $b$  i uvećanoj za konstantu  $a$ . Na taj način, početna aritmetička sredina može se rekonstruisati, tj. dobiti afinom transformacijom (množenjem sa  $1/b$  i dodavanjem  $-a$  na novu aritmetičku sredinu) nove aritmetičke sredine. Međutim, ako bismo kojim slučajem aritmetičku sredinu izračunali za podatke sa nominalne varijable "seksualna orijentacija" na kojoj su kategorije "heteroseksualna", "biseksualna", "homoseksualna" označene ciframa 1, 2 i 3 i, zatim, to isto učinili na istim podacima pri čemu su oznake kategorija transformisane u 289, 11 i 4 (što je dopustiva transformacija) nikakva rekonstrukcija početne aritmetičke sredine na osnovu nove aritmetičke sredine nije moguća obostranim jednoznačnim preslikavanjem kakvo je primenjeno u transformaciji podataka. U tom slučaju postavlja se pitanje koja od ovih dveju "aritmetičkih sredina" je "prava", tj. koju bismo koristili kako bismo nešto smislaono zaključili o podacima na osnovu kojih je ona izračunata, tj. o realnosti koja je podatke generisala. Stoga bi, u skladu sa Stivensovom stanovištem, bilo neopravdano u statističkoj analizi podataka za kategoričku varijablu "seksualna orijentacija", kao i za sve nominalne varijable, koristiti aritmetičku sredinu. Stivensovo zalaganje za neophodnost vođenja računa o konzistentnosti merne skale sa koje dolaze podaci i statističkih postupaka koji se primenjuju na podacima naišlo je na oštre kritike (Lord, 1953; Gaito, 1980). Jedan

od argumenata koji je korišćen protiv Stivensovog stanovišta polazi od toga da su statistički postupci zatvoren sistem koji počinje i završava se brojevima i da je pri statističkoj analizi podataka potpuno nebitno sa koje merne skale dolaze podaci. Pored toga, Stivensova definicija merenja prihvaćena je široko u psihologiji delom zbog toga što je veoma nalik tzv. operacionalističkoj teoriji merenja. Prema operacionalističkom određenju merenje je "operacija koja proizvodi brojeve, ili brojčane oznake" (prema Michell, 1986, str. 403). Prema ovom shvatanju rezultati psiholoških testova i upitnika predstavljaju merenje jer se dobijaju na osnovu precizno specifikovanih operacija i, prema tome, predstavljaju konzistentno dodeljivanje brojeva kao ishoda ovih operacija. Nivo merenja ili merna skala podataka ne zavisi od toga koje su relacije između jedinica posmatranja koje čine elemente empirijskog sistema predstavljene brojevima, tj. relacijama numeričkog sistema već od toga koja vrsta numeričke informacije se koristi u merenju: ako se na osnovu brojeva vrši klasifikacija onda je reč o nominalnim podacima, korišćenje informacije o redosledu rezultira ordinalnim podacima, korišćenje informacija o razlikama daje intervalne podatke, a korišćenje informacija o relativnim odnosima (količnicima) pruža racio podatke. Cilj kvantitativne nauke prema strogom operacionalističkom stanovištu jeste otkrivanje kvantitativnih relacija između ishoda različitih operacija. Na putu ka tom cilju postoji potpuna sloboda u matematičkom i statističkom tretiranju podataka budući da "brojevi ne znaju sa koje merne skale dolaze" (Lord, 1953, str. 751). Nema, dakle, nikakvih ograničenja u tretiranju podataka s obzirom na nivo merenja sa kojega dolaze podaci. Prihvatajući u osnovi Stivensovo određenje merenja pristalice operacionalističkog shvatanja merenja odbacili su, istovremeno, Stivensovo zalaganje za neophodnost uzimanja u obzir merne skale sa koje dolaze podaci pri primenjivanju statističkih postupaka. I kao što ima istine u tome da "brojevi ne znaju sa koje merne skale dolaze" pa su, prema tome, sve matematičke operacije dozvoljene na brojevima bez obzira na to da li su sa nominalnog ili intervalnog nivoa, veoma je važno uočiti da **nije suština u tome koje se matematičke operacije i statistički postupci na brojevima primenjuju već koji se zaključci o realnosti koja je predstavljena brojevima na osnovu ovih postupaka izvode.** Tako, na primer, ako muškarce označimo cifrom 0 a žene cifrom 1 i ustanovimo da je "aritmetička sredina pola ili prosek pola u nekoj grupi jednak 0.6" to je naizgled potpuno besmislen zaključak. I na ovaj način formulisan, takav zaključak je, naravno, besmislen! Šta znači "prosečan pol"? Na podacima sa nominalnog nivoa, reklo bi se, ne smemo da računamo aritmetičku sredinu. Ali to nije suština problema. Ništa nas, naime, ne sprečava da saberemo nule (kao oznake muškaraca) i jedinice (kao oznake žena) u uzorku i broj koji dobijemo ovim sabiranjem podelimo sa ukupnim brojem ispitanika. Međutim, broj koji smo tako dobili ne možemo tumačiti kao "prosečni pol" jer je to zaista besmislica. Ako, međutim, uočimo da je aritmetička sredina koju smo dobili ovim "nedopustivim matematičkim operacijama" za nominalne podatke u stvari proporcija žena u uzorku onda dobijamo jedan veoma smislen zaključak. Zamislimo sada da smo muškarce označili cifrom 9, a žene cifrom 7. Šta bi u tom slučaju značio podatak da je prosečan pol 8.1? Ništa smisljeno. Suština problema je u tome **da li naš zaključak o realnosti ima smisla, a ne da li smemo da računamo ovo ili ono zavisno od merne skale sa koje podaci dolaze.** Da li na osnovu činjenice da je prosečna ocena studenta A jednaka 8.9, a studenta B jednaka 9.9 smemo da zaključimo da je student B bolji student od studenta A "za jednu jedinicu"? Ne. Iz prostog razloga što ocene na ispitu nisu na skali na kojoj postoje jasno definisane jedinice merenja. Nema, naime, nikakvih dokaza da je razlika između ocene 5 i 6 ekvivalentna razlici između ocena 9 i 10. Da li, pak, smemo da zaključimo da student A "poseduje više znanja iz oblasti kojoj su studije namenjene" od studenta B? Da. Pod uslovom da su ocene sa ispita valjane "mere" kvantiteta studentskog znanja. Verujemo da

to jeste slučaj, premda bi to trebalo i empirijski potvrditi!

Dakle, brojevi “ne znaju i ne moraju znati” sa kojeg nivoa merenja dolaze, statistika takođe ne mora “znati” sa kojeg nivoa merenja brojevi dolaze, ali istraživač koji na osnovu statističke analize donosi određene zaključke o realnosti treba da, uzimajući u obzir i informaciju o tome sa kojeg nivoa merenja podaci dolaze, odnosno kojeg su tipa podaci kojima se bavi, dobro razmotri pitanje smislenosti zaključaka koje donosi. Smislaonost zaključaka o proučavanoj realnosti do kojih dolazimo na osnovu statističke analize podataka umnogome zavisi od toga kako je realnost o kojoj zaključujemo numerički reprezentovana. Prema tome, pri tumačenju rezultata statističkih analiza potrebno je uzeti u obzir koji aspekti realnosti o kojoj želimo da zaključujemo su adekvatno reprezentovani podacima i da li su relacije empirijskog sistema koji proučavamo predstavljene adekvatnim apstraktnim tj. numeričkim sistemom. Kriterijumi za odluku o tome koji statistički postupci su pogodni za primenu na podacima sa različitih nivoa merenja nisu još uvek sasvim jasni. Ako se merenje široko definiše kao pridruživanje brojčanih oznaka jedinicama posmataranja u skladu sa određenim pravilima čini nam se opravdanim stanovište koje se zalaže za to da se pri korišćenju statističkih postupaka mora voditi računa o prirodi merenja kojim su podaci dobijeni.<sup>21</sup> Moguće je da se u nedovoljnom vođenju računa o mernim aspektima podataka na kojima se primenjuju statistički postupci i u izbegavanju istinskog suočavanja sa problemima merenja onih fenomena kojima se psihologija bavi kriju barem neki uzroci veoma skromnih rezultata do kojih je psihološka nauka došla u svom dosadašnjem razvoju.

Rasprava o prirodi merenja u psihologiji nije još uvek okončana. Bez daljeg ulaženja u veoma osetljivo pitanje o tome da li je merenje pojedinih psiholoških obeležja uopšte moguće i da li se ono što se u psihologiji – u skladu sa Stivensovom definicijom – zove merenjem sme uopšte tako zvati, mi ćemo u ovoj knjizi praviti razliku između postupaka **klasifikovanja**, **rangovanja** i **merenja**. Prema tome, podrazumevaćemo da standardizovanim psihološkim mernim instrumentima merimo psihološke varijable, tj. osobine, karakteristike, obeležja (psihološke predmete merenja) članova populacije koji su ušli u uzorak i na taj način, kao meru sa merne skale psihološkog mernog instrumenta, dobijamo određene **podatke** o ispitanicima u pogledu ovih varijablama ili obeležja.<sup>22</sup> Osim **merenjem** pomoću psiholoških mernih instrumenata, do **podataka** dolazimo **rangovanjem** ispitanika i njihovim **klasifikovanjem**, tj. određivanjem kategorije ili grupe kojoj pripadaju. Za podatke koji su dobijeni merenjem (po pretpostavci) kvantitativnih obeležja standardizovanim psihološkim upitnicima i testovima nećemo postavljati

---

<sup>21</sup> Veoma dobru argumentaciju ovog stanovišta čitalac može naći u Stine, 1989.

<sup>22</sup> **Merni instrument** (engl. measuring instrument) je ono čime merimo, bilo da je to aparat (npr. reakciometar), upitnik i sl. Najčešće se u psihologiji kao merni instrumenti koriste testovi i upitnici.

**Test** (eng. test) je standardizovani merni instrument koji sadrži određeni broj stavki koje predstavljaju reprezentativni uzorak za populaciju svih mogućih stavki koje se odnose na određenu sposobnost, znanje ili drugu osobinu i kojim se na unapred utvrđen način izazivaju reakcije ispitanika na osnovu kojih se može ustanoviti stepen prisustva određenog svojstva kod ispitanika. Da bi se mogao koristiti, test mora biti objektivnan (rezultati na testu ne smeju zavisiti od subjektivne procene ispitivača koji zadaje test) i dovoljno diskriminativan (ispitanici koji poseduju u različitom stepenu osobinu koju test meri treba da imaju različite rezultate), pouzdan (test mora davati tačne rezultate, tj. bar približno iste rezultate za istog ispitanika kada se pod istim uslovima zadaje više puta) i valjan (test treba da meri osobinu čijem merenju je namenjen, a ne neku drugu osobinu).

**Merna skala mernog instrumenta** je standardizovani numerički sistem pomoću kojeg se ostvaruje merenje. U tom smislu, metar kojim se meri dužina ili vaga kojom se meri težina imaju skalu sa podeocima za merenje. Ponekada se i sam psihološki instrument (test ili upitnik) koji ima stavke, tj. zadatke uređene duž neke dimenzije zove skalom. Ipak, u tom slučaju bolje je umesto termina skala koristiti termin upitnik ili test.



ograničenja u pogledu dopustivih matematičkih operacija ili statističkih postupaka. U tretiranju podataka u obliku rangova i podataka dobijenih klasifikovanjem jedinica posmatranja u grupe ili kategorije postavljamo određena ograničenja u pogledu dopustivih statističkih postupaka vodeći prevashodno računa o smislenosti zaključaka o realnosti koji slede na osnovu primenjenih statističkih postupaka.

Dakle, pri prikazivanju postupaka za statističku analizu podataka u ovoj knjizi imaćemo u vidu tri opšta tipa podataka:

1. kategorijalni ili kvalitativni podaci – rezultati dobijeni iscrpnim klasifikovanjem jedinica posmatranja u uzajamno isključiv sistem kategorija datog obeležja;
2. rangovi – rezultati dobijeni rangovanjem jedinica posmatranja;
3. mere – rezultati dobijeni standardnim merenjima fizičkih veličina ili skorovi (mere, rezultati) sa standardizovanih psiholoških mernih instrumenata (testova, upitnika, reakciometara...)

Većina pojmova kojima smo se do sada bavili u ovoj glavi, a to su jedinica posmatranja, populacija, uzorak i merenje poslužili su radi definisanja ključnog polaznog pojma u primeni statistike, pojma podatka.

Dva preostala ključna polazna pojma za razumevanje statističke analize podataka su pojam statistika i pojam parametra.

### Statistik i parametar (engl. statistic, parameter)

**Statistik** predstavlja statističku mera dobijenu na uzorku.<sup>23</sup> Statistik je, dakle, funkcija podataka prikupljenih na uzorku. Na primer, *proporcija* dečaka u uzorku novorođene dece ili *aritmetička sredina* ocena na prvoj godini studija za uzorak studenata pedagogije upisanih ove školske godine predstavljaju statistike.

**Parametar** je statistička mera koja se odnosi na populaciju ili na proces koji je generisao podatke. Na primer, proporcija dečaka u određenoj populaciji novorođene dece ili aritmetička sredina ocena svih studenata pedagogije upisanih ove školske godine predstavljaju parametre tih populacija. U realnim istraživanjima u psihologiji i srodnim oblastima parametri su obično nepoznati i ocenjuju se na osnovu statistika dobijenih na probabilističkim uzorcima.

Statistici imaju dvojaku funkciju u primeni statistike: u određenim situacijama služe za statistički opis uzorka a pod određenim uslovima služe za ocenjivanje parametara.<sup>24</sup>

**Zapamtite:** Statistička analiza podataka svodi se u osnovi na računanje statističkih mera uzoraka, tj. **statistika** i ocenjivanje statističkih mera populacije ili procesa koji je generisao podatke, tj. **parametara**.

### Reference na koje se upućuje u ovom tekstu

Dragičević, Č. (2002). *Statistika za psihologe*. Beograd: Centar za primenjenu psihologiju..

<sup>23</sup> U matematičkoj i statističkoj literaturi na našem jeziku često se umesto termina statistik koristi termin statistika. Mi ćemo u ovom tekstu koristiti isključivo termin statistik kako bismo izbegli brkanje ovog termina sa terminom kojim se označava statistika kao naučna oblast.

<sup>24</sup> O ovome će biti detaljnije reči u Glavi \*\* kada bude govora o statističkom ocenjivanju parametara.

Fajgelj, S. (2014). *Metode istraživanja ponašanja, VI dopunjeno izdanje*. Beograd: Centar za primenjenu psihologiju.

Ferguson, G.A. (1981). *Statistical Analysis in Psychology and Education, Fifth edition*, Auckland: McGRAW-HILL INTERNATIONAL BOOK COMPANY

Kornbrot, D. E. (1990). The Rank Difference Test: A new and meaningful alternative to the Wilcoxon signed ranks test for ordinal data, *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 43, 241–264.

Lord, F. (1953). On the statistical treatment of football numbers, *American Psychologist*, 8, 750–751.

Marcus-Roberts, H. M., & Roberts, F. S. (1987). Meaningless Statistics. *Journal of educational statistics*, 12, 383–394.

Michell, J. (1986). Measurement scales and statistics: a clash of paradigms, *Psychological Bulletin*, 100, 398–407.

Michell, J. (1990). *An introduction to the logic of psychological measurement*, Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1990.

Momirović, K., Wolf, B. i Popović, D.A. (1999). *Uvod u teoriju merenja I: Interne metrijske karakteristike kompozitnih mernih instrumenata*, Priština: Univerzitet u Prištini, Fakultet za fizičku kulturu.

Narens, L., & Luce, D. (1986). Measurement: The Theory of Numerical Assignments, *Psychological Bulletin*, 99, 166–180.

Ristić, Ž. (1995). *O istraživanju, metodu i znanju*, Beograd: Institut za pedagoška istraživanja.

Sijtsma, K. (2012). Psychological measurement between physics and statistics. *Theory & Psychology*, 22(6), 786–809.

Stevens, S. (1946). On the theory of scales of measurement. *Science*, 103, 677–680.

Stilson, D. W. (1966). *Probability and Statistics in psychological research and theory*, San Francisko: Holden-Day, Inc.

Stine, W. W. (1989). Meaningful Inference: The Role of Measurement in Statistics, *Psychological Bulletin*, 105, 147–155.

Todorović, D. (2008). *Metodologija psiholoških istraživanja*. Beograd: Centar za primenjenu psihologiju.

Townsend, J. T., & Ashby, F. G. (1984). Measurement scales and statistics: the misconception misconceived, *Psychological Bulletin*, 96, 394–401.

Velleman, P.F., & Wilkinson, L. (1993). Nominal, Ordinal, Interval, and Ratio Typologies are misleading, *The American Statistician*, 47, 65–72.

Žižić, M., Lovrić, M. i Pavličić, D. (2000). *Metodi statističke analize*. Beograd: Ekonomski fakultet.

Copyright Lazar Tenjović, 2016.

*Dozvoljeno je (i čak i veoma poželjno) kopirati i štampati bez ikakvih ograničenja kao materijal za učenje. Ne sme se koristiti u komercijalne svrhe.*